Приложение к журналу

КВАНТ

№5-6/2012

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ 2012 ГОДА

Приложение к журналу
«КВАНТ»
№5-6/2012

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ 2012 ГОДА

Москва
Издательство МЦНМО
2012

УДК 373.167.1:[51+53]
ББК 22.1я721+22.3я721
Э36

Приложение
к журналу «Квант»
№5-6/2012

Э36 **Экзаменационные материалы по математике и физике 2012 года**/Составители С.А.Дориченко, А.А.Егоров, В.А.Тихомирова. – М.: Издательство МЦНМО, 2012. – 240 с. (Приложение к журналу «Квант» №5-6/2012.)

ISBN 978-5-4439-0060-5

В книгу включены варианты единого государственного экзамена (ЕГЭ) по физике, задачи олимпиад и вступительных экзаменов по математике и физике в различные вузы страны в 2012 году.

Книга адресована выпускникам средних школ, лицеев и гимназий, слушателям подготовительных отделений и курсов, а также всем тем, кто самостоятельно готовится к поступлению в вуз.

ББК 22.1я721+22.3я721

ISBN 978-5-4439-0060-5

СОДЕРЖАНИЕ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Политехническая олимпиада школьников

Политехническая олимпиада школьников в 2011/12 учебном году проводилась по трем предметам: математике, физике и информатике. Отборочный тур был проведен заочно, применяя интернет-технологии. Задания и правила выполнения были вывешены на официальном сайте олимпиады. Победители и призеры отборочного тура были приглашены к участию в заключительном туре, который прошел в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете в форме очно го письменного испытания. Информацию об олимпиаде-2012/13 учебного года можно получить на сайте СПбГПУ: www.spbstu.ru Ниже приводятся задания олимпиады 2011/12 учебного года.

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

Задачи с ответами на выбор

1. Упростите выражение $\dfrac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$.

1) $\sqrt{x}$; 2) $2\sqrt{x}$; 3) 4; 4) 2.

2. Красная Шапочка решила отнести бабушке 20 пирожков с грибами, с черникой и с земляникой. Пирожков с черникой оказалось на 3 больше, чем с грибами, а пирожков с грибами больше, чем с земляникой. Какое наибольшее число пирожков с земляникой могла положить Красная Шапочка в свою корзинку?

1) 2; 2) 5; 3) 8; 4) 6.

3. Стадо из 19 коров можно пасти на лугу в течение 75 дней. При этом будет съедена вся трава, имевшаяся на лугу изначально и выросшая за эти дни. Для стада из 28 коров травы хватит на

48 дней. Сколько дней на этом лугу можно пасти стадо из 51 коровы?

1) 25; 2) 30; 3) 27; 4) 2.

4. Найдите целое число – значение выражения

$$\left(4\sin 15^\circ + \sqrt{2}\right)^2 .$$

1) 3; 2) 5; 3) 8; 4) 6.

5. Банк по истечении года хранения вклада причисляет проценты к вкладу. При какой наименьшей целочисленной процентной ставке через 10 лет будет достигнуто удвоение вклада?

1) 8; 2) 10; 3) 5; 4) 12.

6. Веселый мотоциклист в первый час двигался со скоростью 200 км/ч. Средняя скорость в течение каждого следующего часа была на 10 км/ч меньше, чем в течение предыдущего. Какое расстояние преодолеет мотоциклист до полной остановки?

1) 2100; 2) 2000; 3) 3800; 4) 1500.

7. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = 0$.

1) $\frac{\pi}{4}$; 2) $\frac{\pi}{6}$; 3) $\frac{\pi}{3}$; 4) $\frac{\pi}{2}$.

8. Найдите целое число – значение выражения $2^{\log_3 45} \cdot 5^{-\log_3 2}$.

1) 1; 2) 4; 3) 2; 4) 5.

9. Из вершин A, B, C правильного треугольника со стороной 6 описаны окружности радиуса $2\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника с вершинами в находящихся вне треугольника ABC точках пересечения окружностей друг с другом.

1) 9; 2) $6\sqrt{3}$; 3) 4; 4) $9\sqrt{3}$.

10. При каком значении параметра a система уравнений

$$\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 1, \\ 6|x| + 4|y| = a \end{cases}$$

имеет ровно 6 решений?

1) 2; 2) 6; 3) 3; 4) 4.

Заключительный тур

1. Решите уравнение $\dfrac{|x+2|}{|x-1|+3}=1$.

2. Из Москвы и Санкт-Петербурга одновременно выезжают навстречу друг другу два автомобиля и движутся с постоянными скоростями. Через 4 ч после их встречи первый прибывает в Санкт-Петербург, а еще через 2 ч 15 мин второй прибывает в Москву. Сколько всего времени был в пути первый автомобиль?

3. В емкости, содержащей 50%-й раствор кислоты, часть раствора заменили водой для получения 30%-го раствора. Сколько процентов раствора заменили водой?

4. Через сторону основания правильной четырехугольной пирамиды проведено сечение, делящее площадь противоположной боковой грани в отношении 4 : 5, считая от вершины пирамиды. В каком отношении делится объем пирамиды?

5. Натуральные числа m, n связаны соотношением $2m+3n=mn-19$. Какое наибольшее значение может принимать сумма $m+n$ этих чисел?

6. Найдите корни уравнения $\sin 2x=\sin x+\cos x-1$, лежащие на $\left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

7. Найдите множество значений функции

$$y=4^x-2^{x+1}+\frac{9}{4^x-2^{x+1}+3}.$$

8. При каком натуральном n величина $\dfrac{n^2}{(1{,}01)^n}$ принимает наибольшее значение?

9. В траншею, поперечное сечение которой имеет форму параболы $4y=x^2$, уложили круглую трубу радиуса 4. Каково расстояние от нижней точки трубы до нижней точки траншеи?

10. При каких значениях параметра $a>0$ система

$$\begin{cases} x^2(8-3y)-3y=-a^2,\\ x^2+y^2=a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения?

ФИЗИКА

Отборочный тур

1. Колесо почтового дилижанса, имеющее радиус $R=40$ см, катится без проскальзывания по горизонтальной дороге, совершая $n=40$ оборотов в минуту. Какова мгновенная скорость

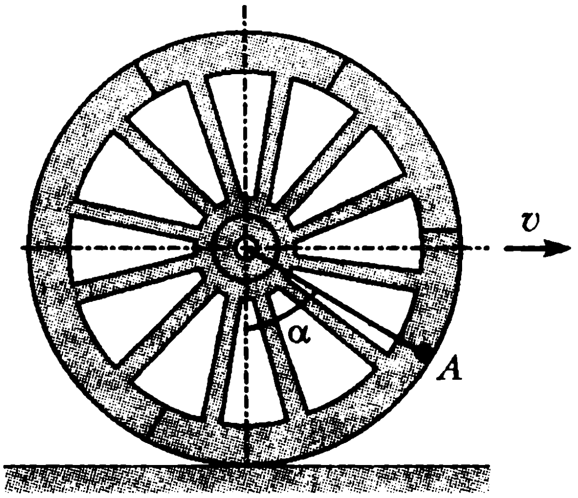

Рис. 1

точки A, находящейся на ободе колеса (рис.1), относительно дороги? Угол $\alpha = 60°$. (5 баллов)

2. При осаде турецкой крепости барон Мюнхгаузен произвел пушечный выстрел. Ядро, вылетевшее из ствола со скоростью $v_0 = 75$ м/с, взорвавшись в полете, распалось на два одинаковых осколка. Один из них полетел вертикально вверх, а второй – горизонтально. Скорости обоих осколков сразу же после взрыва были равны по модулю $v_0/2$. На какой высоте относительно точки выстрела произошел взрыв ядра? (Сопротивлением воздуха пренебречь.) Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. (5 баллов)

3. В 1887 году профессор Д.И.Менделеев осуществил свой знаменитый полет на воздушном шаре «Русский» для наблюдения полного солнечного затмения.

«...Минута солнечного затмения приближалась. Наступила пора подниматься в воздух. Поручик Кованько уже был в корзине... Но, увы, воздушный шар отказывался лететь. После дождя он, намокнув, отяжелел, и его подъемной силы оказалось уже недостаточно для подъема двух человек... Дальнейшие события разыгрались в считанные секунды. Все вдруг увидели, как Менделеев что-то сказал Кованько, как тот выпрыгнул из корзины, и шар медленно, слишком медленно пошел вверх... За борт полетели табурет и доска, служившая столиком. Опустившись на дно корзины, Менделеев обеими руками начал выкидывать песок, балласт. Это было нелегко. Песок отсырел и превратился в плотный комок. А следовало торопиться, чтобы не опоздать: полные затмения Солнца, как известно, длятся всего несколько минут...»

Какую массу балласта выбросил за борт Д.И.Менделеев, если после этого его шар начал подниматься с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2? До выгрузки балласта шар поднимался равномерно. Объем воздушного шара $V = 440$ м^3, атмосферное давление $p = 10^5$ Па, температура окружающего воздуха $T = 23$ °C, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2, молярная масса воздуха M = 29 г/моль. (6 баллов)

4. Рыбаки надули свою резиновую лодку вечером, когда температура воздуха была $t_1 = 6\ ^\circ C$. Днем воздух в лодке прогрелся под лучами солнца до $t_2 = 23\ ^\circ C$. На сколько процентов увеличилось давление воздуха в лодке? (Изменением объема лодки пренебречь). (4 балла)

5. Холодильник, работающий по обратному циклу Карно, поддерживает в морозильной камере температуру $t_к = -6\ ^\circ C$, отводя из нее за один рабочий цикл Q = 600 Дж тепла. Температура радиатора холодильника равна $t_р = 43\ ^\circ C$. Какую среднюю мощность (в ваттах) потребляет холодильник из электросети, если длительность его рабочего цикла τ = 1,2 с? (КПД электромотора считать равным 100%.) (6 баллов)

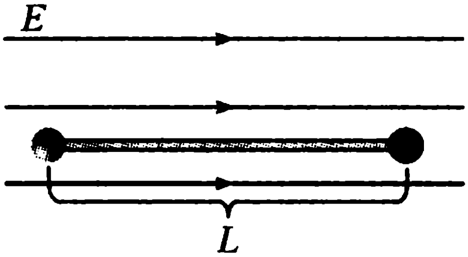

Рис. 2

6. Тонкий изолирующий стержень, на концах которого укреплены два разноименно заряженных шарика, помещен в однородное электрическое поле напряженностью E = 2 В/см параллельно его силовым линиям (рис.2). Длина стержня L = 8 см, модуль заряда каждого шарика q = 7 нКл. Найдите модуль минимальной работы, которую надо совершить, чтобы развернуть стержень с шариками на 90° вокруг оси, перпендикулярной стержню. (4 балла)

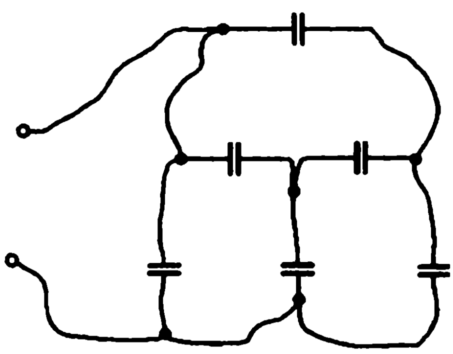

Рис. 3

7. Определите общую электрическую емкость батареи конденсаторов, изображенной на рисунке 3. Электроемкость каждого конденсатора C = 24 нФ. (5 баллов)

8. Вилка электрического шнура утюга из-за плохого контакта с розеткой нагревается. Определите сопротивление контакта «вилка-розетка», считая, что мощность выделения тепла в контакте P_1 = 80 Вт, напряжение в розетке U = 220 В, тепловая мощность, выделяющаяся на подошве утюга, P_2 = 900 Вт. (6 баллов)

9. Крокодил Гена и Чебурашка изучают вертикальные колебания груза, подвешенного на пружине. Когда Крокодил Гена подвесил на пружину свой груз массой m_1, период колебаний был равен T_1 =1,0 с, а когда Чебурашка подвесил свой груз массой m_2, период стал равен T_2 = 0,8 с. Каким будет период колебаний этого груза, если Гена и Чебурашка подвесят свои грузы к той же пружине одновременно? (4 балла)

10. Конденсатор, заряженный до напряжения U = 28 В, замыкают на катушку индуктивностью L = 3 мГн. Когда напряжение на конденсаторе уменьшилось вдвое, ток в катушке был равен I = 4,6 А. Найдите емкость конденсатора. (5 баллов)

Заключительный тур

1. На подводной лодке установлен гидролокатор, испускающий ультразвуковые импульсы с периодом Δt = 500 мс. Импульсы, отраженные от дна, принимаются на подлодке с периодом T = 495 мс. Скорость ультразвука в воде v = 1500 м/с. С какой скоростью производит погружение подводная лодка? (15 баллов)

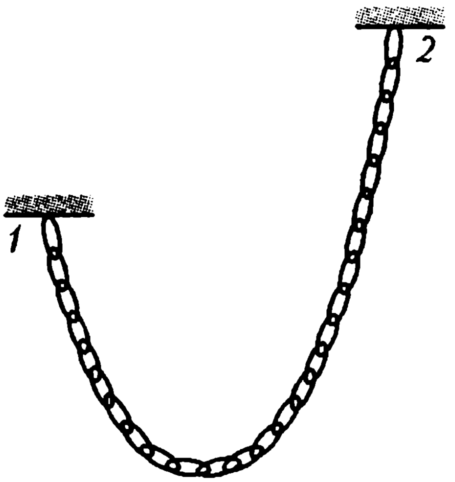

Рис. 4

2. Якорная цепь длиной L подвешена за концы в точках *1* и *2*, находящихся на разных высотах (рис.4). Силы натяжения цепи в точках *1*, *2* и *3* (нижняя точка цепи) равны T_1, T_2 и T_3 соответственно. Найдите длину части цепи от точки *2* до точки *3*. (30 баллов)

3. В герметичный сосуд, на дне которого лежит шарик для настольного тенниса массой m = 2,7 г и диаметром d = 40 мм, нагнетают воздух при температуре t = 17 °С. Найдите давление воздуха в сосуде, при котором шарик перестает давить на дно. Молярная масса воздуха М = 29 г/моль. (10 баллов)

4. Два маленьких шарика связаны непроводящей пружиной. Если шарики зарядить одинаковыми зарядами q_1, то длина пружины будет L_1, а если зарядить зарядами q_2, то длина пружины будет L_2. Чему равна жесткость данной пружины? (10 баллов)

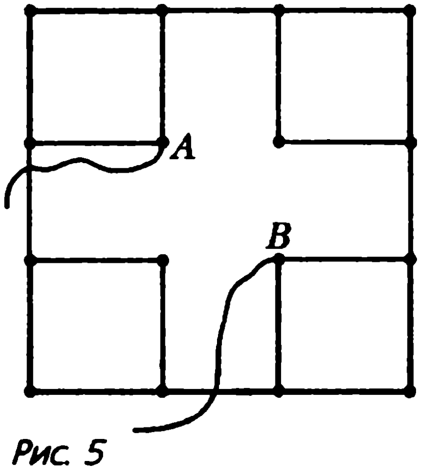

Рис. 5

5. Сила тока электронного луча радиусом r = 0,5 мм в электронно-лучевой трубке осциллографа I = = 50 мкА, ускоряющее напряжение U = 2000 В, отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Найдите давление, которое производит электронный луч на экран осциллографа. (20 баллов)

6. Электрическая цепь состоит из одинаковых проводников сопротивлением R = 10 Ом, образующих сетку (рис.5). К узлам A и B подключен омметр. Определите его показания. (15 баллов)

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

1. Вы находитесь на автостанции в городе А. Перед вами – матрица стоимостей (в у.е.) проезда на автобусах, курсирующих между десятью городами (рис.6). Перечислите в алфавитном

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A		5	8		12				2	
B	5			6	6		3			
C	8			3					5	4
D		6	3					2		
E	12	6				2	4			
F					2				5	
G		3			4			3		
H				2			3			
I	2		5			5				
J			4							

Рис. 6

порядке без пробелов и запятых те города, до которых вы можете добраться, если у вас в кармане 10 у.е.

2. На флэш-накопителе находятся 6 файлов, представляющих собой 256-цветные точечные рисунки:

PATEFON.BMP 40 Kb
AVTO.BMP 1600 Kb
UPS.BMP 3200 Kb
CONTYR.BMP 16 Kb
TORT.BMP 800 Kb
KNUT.BMP 640 Kb

Выполнили поиск файлов по шаблону *T*??.*P*. Все найденные файлы по очереди открыли и сохранили в черно-белом формате. Сколько приблизительно места освободилось на диске? Выберите один ответ:

a) 2149 Kb; b) 749 Kb; c) 2709 Kb; d) 0 Kb; e) 49 Kb.

3. В описании алгоритма выводимые буквы замазаны:
Ввод X
N=3
Если X mod 2=1 То Вывод «[redacted]» Иначе Вывод «[redacted]»
X := X div 2
Если X mod 2=1 То Вывод «[redacted]» Иначе Вывод «[redacted]»

X := X div 2

Если X mod 2=1 То Вывод «[redacted]» Иначе Вывод «[redacted]»

При вводе X=5 программа вывела слово ТУР, при X=2 – слово БОК. Какое слово будет выведено при X=7?

4. Юные энтомологи соорудили прибор для подсчета насекомых различных видов, пролетающих мимо видеокамеры. Изображение распознается, определяется вид насекомого, код его записывается на носитель информации в виде комбинации битов. Поскольку примерно половину обитающих в зоне применения прибора насекомых составляют комары, а все остальные – слепни, оводы, мошки – примерно равновероятны, использован неравномерный код. Код комара – 1, слепня – 001, овода – 011. Какой комбинацией битов следует закодировать мошку, чтобы код однозначно распознавался при любом сочетании пролетающих насекомых и имел минимальную длину? Достаточно привести один из возможных вариантов.

5. 13 00 73 52 – ЗАЯЦ
60 43 30 – ШУМ

03 11 40 32 21 – ?

6. Имеется алгоритм, описанный словесно:

1. Положить в вазочку N конфет.
2. Загнуть на левой руке 3 пальца.
3. Бросить монетку на стол.
4. Если выпал орел, увеличить количество конфет в вазочке в А раз, иначе – добавить в вазочку В конфет.
5. Разогнуть один палец на левой руке.
6. Если на левой руке остались загнутые пальцы, перейти к п.3.

Вовочка многократно выполнял этот алгоритм при $N = 11$ (ну, нравится ему это число!). В результате примерно с равной вероятностью он получал 26, 32, 37, 42, 49, 54, 64 и 88 конфет в вазочке. Найдите значения А и В и укажите в качестве ответа их сумму.

7. Мария Ивановна едет в электричке и от нечего делать играет сама с собой в города – вспоминает какой-то город, потом вспоминает город на его последнюю букву, потом на последнюю букву следующего города и т.п. Но вот беда: знает она только те города, где у нее есть родственники:

- Ашхабад
- Воронеж
- Вышний Волочок
- Джибути

- Иваново
- Киев
- Клин
- Конотоп
- Котлас
- Москва
- Нежин
- Нью-Йорк
- Оттава
- Пярну
- Стерлитамак
- Урюпинск

Из скольких городов может состоять самая длинная цепочка, которую Мария Ивановна может составить (города не должны повторяться)?

8. Какие из этих чисел в сумме дадут 100?

1) 10_{16}; 2) 100_8; 3) 20_{16}; 4) 55_{16}; 5) 100_2; 6) 1_{16}.

Введите в качестве ответа номера этих чисел в порядке возрастания без пробелов и запятых.

9. Делфтский яблокоед питается, естественно, яблоками, а обитает на стеллажах фирмы IKEA. Если на полочке, на которой находится делфтский яблокоед – в дальнейшем ДЯ, лежит одно яблоко, он его съедает и на радостях прыгает на одну полку вверх. Если там 2 яблока, ДЯ забирает 1 яблоко с собой и спрыгивает на одну полку вниз. Если на полке больше двух яблок, ДЯ одно съедает, другое берет с собой и прыгает на две полки вверх (т.е. через одну от текущей). Если на полке яблок нет, ДЯ засыпает. При этом, если ДЯ на полке, где его домик, – все хорошо. Если же домика там нет – ДЯ засыпает на холодной, продуваемой всеми ветрами полке и трагически погибает от переохлаждения.

Дано: стеллаж из 5 полок (на нижней полке – домик ДЯ, он там сейчас спит), 10 яблок. Нужно разложить эти яблоки по полкам так, чтобы разбуженный ДЯ, действуя по вышеописанным правилам, все их съел и вновь заснул в домике.

Отметьте те утверждения, которые верны:

a) Верхняя полка должна остаться пустой.

b) Как яблоки не раскладывай – сдохнет яблокоед. Жаль.

c) При правильной раскладке на той полке, где домик, должно лежать одно яблоко.

d) Не должно быть полочек, на которых в начальный момент 3 яблока.

е) Максимальное число яблок на полочке в начальный момент не больше 4.

10. Ячейки A1:D1 содержат числа. В ячейку E1 введена формула:

=ЕСЛИ(ЕСЛИ(A1>B1;A1;B1)>ЕСЛИ(C1>D1;C1;D1);
ЕСЛИ(A1>B1;A1;B1);ЕСЛИ(C1>D1;C1;D1))

Какую формулу, содержащую лишь одну функцию MS Excel, следует ввести в эту ячейку, чтобы при любых значениях исходных данных получать тот же результат, что дает приведенная выше формула?

Заключительный тур

1. В кубке города по «Что? Где? Когда?» 5 этапов. Для любой из участвующих команд в зачет идут 4 лучших результата из 5. Обработка результатов ведется в MS Excel. Начало таблицы результатов этапов кубка изображено на рисунке 7. Какую

	A	B	C	D	E	F	G
1	Команда	Этап 1	Этап 2	Этап 3	Этап 4	Этап 5	Итоговый результат
2	Хливкие шорьки	18	4	13	22	23	
3	Самовар Рассела	0	11	15	19	17	
4	Шумелка-мышь	13	23	15	8	8	
5	Многоточие	6	2	2	4	2	
6	Стремительный домкрат	15	15	10	0	18	

Рис. 7

формулу следует поместить в ячейку G2, чтобы затем растянуть ее по всему столбцу, упорядочить таблицу по убыванию значений в графе «Итоговый результат» и получить итоговую таблицу кубка?

2. В Петербурге действует агентурная сеть страны X. Контрразведчики захватили зашифрованное сообщение о месте встречи агентов. Известно, что при шифровании используется простой алгоритм:

1. Определяется длина сообщения L.

2. Если L – простое число, к сообщению добавляется пробел и выполняется переход к п.1.

3. L представляется в виде произведения двух натуральных сомножителей M и N таких, что M<=N и для любых натуральных P и Q таких, чтоP<=Q и P*Q=L, выполняется соотношение N–M <= Q–P.

4. Сообщение вписывается построчно в таблицу из N строк и M столбцов.

5. Буквы из таблицы выписываются по столбцам, от последнего до первого – так получается зашифрованное сообщение.

Вот текст сообщения:

НЦКАО_Р__ИЕРР,Я.ЯЛЛДТАЬЯНУАНАВЛАА__АМОИНБАЕС_СБД

Укажите место встречи агентов.

3. Делфтский яблокоед, чудом выживший после заочного тура нашей олимпиады, обитает в стеллажах фирмы IKEA и передвигается по ним по следующим правилам:

1) Если в ячейке, в которой он оказался, нет яблок, яблокоед прекращает движение.

2) Если в ячейке, в которой оказался яблокоед, четное ненулевое количество яблок, яблокоед движется по горизонтали направо, если нечетное – он движется вверх.

3) Расстояние, на которое перемещается яблокоед, определяется количеством яблок, съеденных им в ячейке: сколько яблок съел, на столько ячеек прыгнул.

4) Яблокоед может не есть все яблоки, находящиеся в ячейке, а съесть часть из них, достаточную для прыжка, а остальные взять с собой (тогда они прибавятся к яблокам, ожидающим яблокоеда в следующей ячейке).

К примеру, если яблокоед попал в ячейку, в которой 3 яблока, ему придется прыгать вверх. Он может съесть все 3 яблока и прыгнуть на 3 ячейки вверх, может съесть 2 яблока или 1 и прыгнуть вверх на 1 или 2 ячейки, принеся с собой 1 или 2 яблока соответственно. Дальнейшее его перемещение будет зависеть от того, сколько яблок он нашел в новой ячейке, сколько принес с собой и какое решение о количестве поедаемых яблок он примет.

В начальный момент яблокоед сидит в нижней левой ячейке бесконечного стеллажа – ячейке (1,1). Перечислите все ячейки, которых яблокоед может достичь, употребив ровно 7 яблок.

4. После турпохода Вовочка обнаружил на себе клеща. Клещ был успешно извлечен и сдан на анализ – вдруг клещ энцефалитный? На стенде в поликлинике Вовочка прочитал, что информационная ценность анализа составляет примерно 0,01 бита. Из этого Вовочка заключил, что вероятность того, что клещ энцефалитный, составляет 2^{-X}. Найдите X.

5. Ниже приведен алгоритм проверки, является ли введенное число палиндромом (палиндром – число, которое слева направо

и справа налево читается одинаково, например: 131, 9009, 7). Алгоритм описан на псевдокоде, mod – остаток от деления, div – деление нацело.

1. Алг Палиндром
2. Цел N, D
3. Нач
4. Ввод N
5. D := 1
6. Пока N>D НЦ D := D * 10 КЦ
7. D := D div 10
8. Пока N>10 НЦ
9. Если N mod 10 ≠ N div D То ВыйтиИзЦикла
10. N := (N mod D) div 10
11. D := D div 10
12. КЦ
13. Если N>10 То Вывод «НЕТ» Иначе Вывод «Да»
14. КОН

В одной из строк есть ошибка, приводящая к неверной работе алгоритма. Укажите номер этой строки и ее правильное написание.

6. Исполнитель Печатник имеет следующую систему команд:

- Ч – печатается черный пиксел, переход к следующей позиции в строке
- Б – переход к следующей позиции без печати
- П – переход к началу следующей строки
- <переменная>:=<целочисленное выражение> – присваивание
- <целочисленное выражение>{<последовательность команд>} – последовательность команд выполняется многократно, число повторений равно значению выражения.

Какая буква будет напечатана в результате выполнения алгоритма:

W:=0
10{Ч W{Б} Ч (9–W){Б} Ч W:=W+1 П}

Публикацию подготовили Т.Андреева, А.Басов, М.Коробов, Е.Крылова, А.Моисеев, С.Преображенский, В.Родионов, А.Щукин

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Политехническая олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

1. $2\sqrt{x}$. **2.** 5. **3.** 25. **4.** 6. **5.** 8. **6.** 2100. **7.** $\frac{\pi}{4}$. **8.** 4. **9.** $9\sqrt{3}$. **10.** 3.

Заключительный тур

1. $[1,+\infty)$. **2.** 9 ч. **3.** 40%. **4.** 5 : 4. **5.** 31. **6.** $\{-\pi/4;0\}$. **7.** $[3,+\infty)$. **8.** 201. **9.** 1. **10.** $(0,3)\cup\left\{\sqrt{10}\right\}$.

ФИЗИКА

Отборочный тур

1. $v_A = 2\pi nR = 1{,}67$ м/с .

2. $h = \dfrac{7}{16}\dfrac{v_0^2}{g} = 246$ м .

3. $m = \dfrac{a}{a+g}\dfrac{pVM}{RT} = 24{,}4$ кг .

4. $\delta = \left(\dfrac{T_2}{T_1} - 1\right)\cdot 100\% = 6{,}1\%$.

5. $P = \dfrac{Q}{\tau}\dfrac{T_р - T_к}{T_к} = 91{,}8$ Вт .

6. $A = qEL = 112$ нДж .

7. $C_{общ} = 2C = 48$ нФ .

8. $R_к = \dfrac{P_1}{(P_1+P_2)^2}U^2 = 4$ Ом .

9. $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 1{,}3$ с .

10. $C = \dfrac{4}{3}L\dfrac{I^2}{U^2} = 108$ мкФ .

Заключительный тур

1. $V = v\dfrac{\Delta t - T}{\Delta t + T} \approx 7{,}54$ м/с .

2. $L_{23} = L\dfrac{\sqrt{T_2^2 - T_3^2}}{\sqrt{T_1^2 - T_3^2} + \sqrt{T_2^2 - T_3^2}}$.

3. $p = \dfrac{6mRT}{\pi d^3 \mathrm{M}} \approx 6{,}70 \cdot 10^6$ Па ≈ 66 атм.

4. $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 (L_1 - L_2)}\left(\dfrac{q_1^2}{L_1^2} - \dfrac{q_2^2}{L_2^2}\right)$.

5. $p = \dfrac{I}{\pi r^2}\sqrt{\dfrac{2U}{e/m}} \approx 9{,}6 \cdot 10^{-3}$ Па.

6. $R_{AB} = \dfrac{5}{2}R = 25$ Ом.

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

1. ABCDEFGI.

Дерево возможных поездок, размещая вершины в соответствии со стоимостью, изображено на рисунке 60.

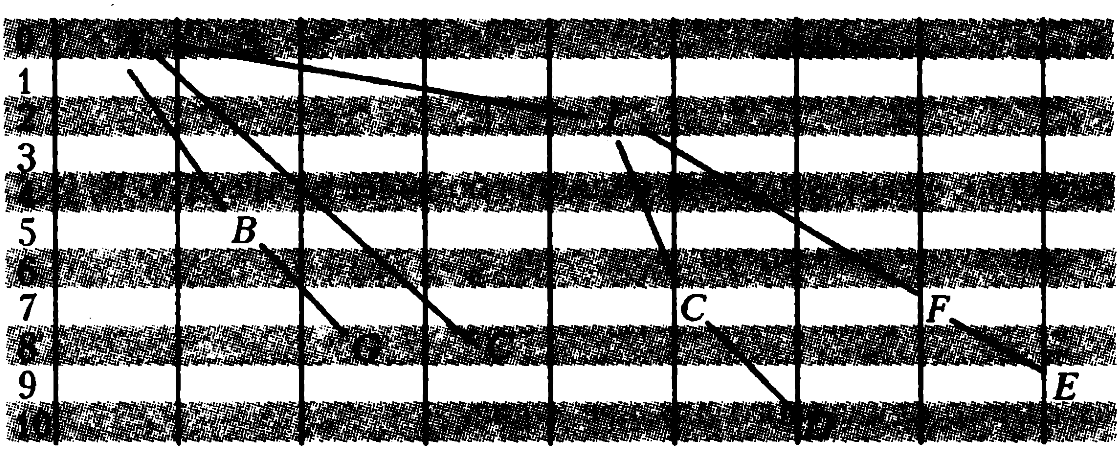

Рис.60

2. b).

Выделятся файлы PATEFON.BMP, CONTYR.BMP, TORT.BMP (только в их именах после буквы T еще не менее 2 символов), их размер уменьшится в 8 раз ($\mathrm{Log}_2 256/\mathrm{Log}_2 2$).

3. TOP.

Выполнив алгоритм для N = 5, определяем замазанные буквы.

4. 010 или 000.

Комбинация не может начинаться с 1 или быть менее 3 символов, так как тогда невозможна однозначная расшифровка. Из трехсимвольных кодов не задействованы 000 и 010.

5. ГЕРОЙ.

То, что первая цифра кода – от 0 до 7, вторая – от 0 до 3, наводит на мысль, что коды – координаты в таблице из 8 строк и 4 столбцов, в которую построчно вписаны буквы алфавита.

6. 7.

Предположим, что самое большое число (88) – результат трехкратного умножения 11 на А. Тогда А = 2. Самое маленькое число (26) получается троекратным прибавлением к 11 В, отсюда В = 5.

7. 11.

Отбрасываем бесперспективную Москву и цикл Ашхабад–Джибути–Иваново–Оттава, из остальных легко строится цепочка Вышний Волочок–Клин–Нежин–Нью-Йорк–Конотоп–Пярну–Урюпинск–Котлас–Стерлитамак–Киев–Воронеж.

8. 235.

После выполнения перевода чисел в десятичную систему видно, что 100 получается из чисел 64, 32 и 4.

9. b).

К домику яблокоед может вернуться только прыжком вниз, а совершая его, он приносит с собой одно яблоко и снова отправляется вверх или падает со стеллажа. Следовательно, задача неразрешима.

10. МАКС(C1:D1).

Если цепочку вложенных ЕСЛИ раскрутить с конца – очевидно, что результатом является большее из чисел A, B, C, D.

Заключительный тур

1. СУММ(B2:F2) – МИН(B2:F2).

Для каждой команды вычитаем из суммы результатов результат самого неудачного для нее этапа.

2. БАНЯ НА УЛИЦЕ АЛЕКСАНДРА МАТРОСОВА, БИЛЬЯРДНАЯ.

Число 48 (число символов в сообщении) можно представить в виде произведения двух наиболее близких сомножителей как 8*6. Рисуем таблицу из 8 строк и 6 столбцов, вписываем текст сообщения по столбцам, начиная с последнего, читаем по строкам.

3. (1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (7,2), (8,1).

Манипулируя количеством яблок и решениями яблокоеда, можно перевести его в любую ячейку, достижимую от текущей ровно за 7 переходов в соседнюю ячейку. Например, для достижения поля (1,8) кладем в первую ячейку 2 яблока, во вторую 5 и договариваемся с яблокоедом, чтобы в первой ячейке он одно яблоко съел, а второе взял с собой и прибавил к 5 яблокам ячейки (1,2).

4. 10.

Обозначив вероятность заражения P, подставим ее в формулу Шеннона:

$P * \mathrm{Log}_2(1/P) + (1-P) * \mathrm{Log}_2(1/(1-P)) = 0{,}01$. Решить его алгебраически вряд ли удастся, но если сообразить, что с убыванием P второе слагаемое стремительно убывает и им можно пренебречь, то остается найти такое X, что $X/2^X = 0{,}01$.

5. 11; D := D div 100.

Для «выковыривания» цифр из числа используется D – степень 10. С каждым витком алгоритма анализируемое число становится короче на 2 цифры, следовательно, D надо делить не на 10, а на 100.

6. N.

10 строк, в каждой черные точки по краям и одна с отступом от крайней левой точки, равным номеру строки.