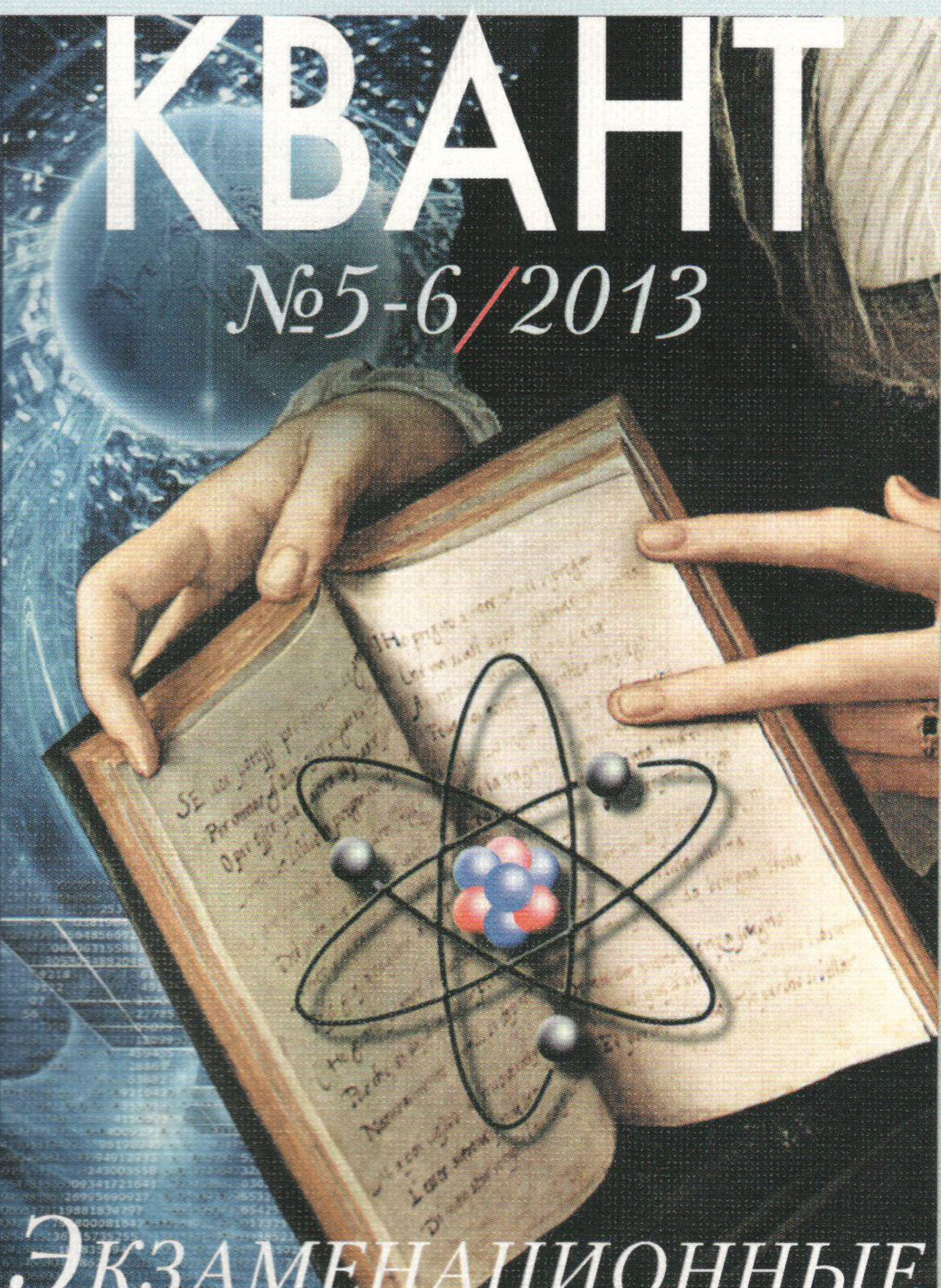
Приложение к журналу

КВАНТ

№5-6/2013



Экзаменационные материалы 2013 года

Приложение к журналу
«КВАНТ»
№5-6/2013

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ 2013 ГОДА

Составители
С.А.Дориченко, А.А.Егоров,
В.А.Тихомирова

Москва
Издательство МЦНМО
2013

УДК 373.167.1:[51+53]
ББК 22.1я721+22.3я721
Э36

Приложение
к журналу «Квант»
№5-6/2013

Э36 **Экзаменационные материалы по математике и физике 2013 года**/Составители С.А.Дориченко, А.А.Егоров, В.А.Тихомирова. – М.: Издательство МЦНМО, 2013. – 240 с. (Приложение к журналу «Квант» №5-6/2013.)

ISBN 978-5-4439-0126-8

В книгу включены варианты единого государственного экзамена (ЕГЭ) по физике, задачи олимпиад и вступительных экзаменов по математике и физике в различные вузы страны в 2013 году.

Книга адресована выпускникам средних школ, лицеев и гимназий, слушателям подготовительных отделений и курсов, а также всем тем, кто самостоятельно готовится к поступлению в вуз.

ISBN 978-5-4439-0126-8 ББК 22.1я721+22.3я721

ISBN 978-5-4439-0126-8
9 785443 901268 >

6+

СОДЕРЖАНИЕ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Политехническая олимпиада школьников

Политехническая олимпиада школьников в 2012/13 учебном году проводилась по трем предметам: математике, физике и информатике. Отборочный тур проходил заочно с применением интернет-технологии. Задания и правила выполнения были вывешены на официальном сайте олимпиады. Победители и призеры отборочного тура были приглашены к участию в заключительном туре, который прошел в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете в форме очного письменного испытания.

Информацию об олимпиаде 2013/14 учебного года можно получить на сайте СПбГПУ: www.spbstu.ru

Ниже приводятся задания олимпиады 2012/13 учебного года.

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

Задачи с ответами на выбор

1. Упростите выражение $\dfrac{3x+3}{x^2+4x+3}+\dfrac{x}{x+3}$.

1) 2; 2) 1; 3) x; 4) $x + 3$.

2. Найдите наименьшее натуральное k, для которого $81^n + 13k$ делится на 100 хотя бы при одном натуральном n.

1) 1; 2) 3; 3) 2; 4) 5.

3. Укажите середину промежутка, являющегося множеством решений неравенства $\sqrt{x+7}-\sqrt{x-1}\geq\sqrt{2x}$.

1) 1; 2) $\dfrac{3}{2}$; 3) 2; 4) $\dfrac{5}{2}$.

4. Какое наибольшее значение принимает величина $2x + y$, если $(x;\ y)$ — решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = -4y, \\ \sqrt{x-2} - 2y = 4\,? \end{cases}$$

1) 0; 2) 2; 3) 1; 4) 4.

5. Клиент взял кредит на 100000 руб. Каждый месяц банк взимает 1% от текущей задолженности. Клиент гасит кредит ежемесячными взносами по 5000 руб. Сколько взносов должен произвести клиент (включая последний неполный платеж)?

1) 20; 2) 22; 3) 21; 4) 23.

6. Из дачного поселка на озеро купаться пошла Маша. Через некоторое время на озеро поехал на велосипеде Гриша. Его скорость была в 3 раза больше, чем у Маши. Гриша обогнал Машу, доехал до озера, искупался за 10 минут и направился назад. Он встретил Машу через 45 минут после их первой встречи. Гриша вернулся домой тогда же, когда Маша дошла до озера. Сколько времени Гриша догонял Машу?

1) 30 мин; 2) 15 мин; 3) 45 мин; 4) 60 мин.

7. Какое наименьшее положительное значение может принимать сумма $x + y$, если $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{tg} y$ — различные корни уравнения $t^2 - 2\sqrt{3}t - 1 = 0$?

1) π; 2) $\dfrac{\pi}{3}$; 3) $\dfrac{\pi}{2}$; 4) $\dfrac{\pi}{6}$.

8. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник с основанием 30 и боковой стороной 25, касается сторон треугольника в точках M, N, P. Найдите площадь треугольника MNP.

1) $5\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{15}$; 3) 72; 4) 90.

9. Конус вписан в шар радиуса 6. На каком расстоянии от центра шара следует расположить основание конуса, чтобы конус имел наибольший объем?

1) 2; 2) 3; 3) 1; 4) 4.

10. При каком наибольшем значении параметра a уравнение $\dfrac{x^2 - 2x}{|x-2|} + \dfrac{x^2 + 2x}{|x+2|} = a - x^2$ не имеет решений?

1) 8; 2) 2; 3) 1; 4) 4.

Заключительный тур

1. Найдите общие корни уравнений

$$\sin 5x - \sqrt{2}\sin 3x = \sin x + \cos 3x - 1 \text{ и } \operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + 1 = 0,$$

лежащие в интервале $(-\pi/2;\ \pi/2)$.

2. В трех емкостях хранятся растворы кислоты: в первой – 10%-й, во второй – 20%-й, в третьей – 30%-й. Смешав содержимое емкостей, получили 10 литров 18%-го раствора. На сколько литров количество кислоты в первой емкости больше, чем в третьей?

3. Пусть $f(x) = \max\limits_{t \le x}(3 - |t - 2|)$, $g(x) = \min\limits_{t \le x}(|t - 3| - 3)$. Найдите координаты $(x_0;\ y_0)$ центра симметрии графика функции $h(x) = f(x) + g(x)$.

4. В Санкт-Петербург для тренировки перед шахматным турниром приехала группа шахматистов из Нижнего Новгорода. Каждый петербуржец сыграл ровно одну партию с каждым нижегородцем, хотя численный состав команд хозяев и гостей мог различаться. Количество партий между представителями разных городов было на 18 больше, чем удвоенное количество участников. Какое минимальное количество таких партий могло быть сыграно?

5. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 11$, $BC = 22$ проведена биссектриса BL. Точка M на биссектрисе делит ее в отношении $BM : ML = 2 : 3$. Прямая AM пересекает сторону BC в точке N. Найдите длину отрезка BN.

6. Найдите функцию f, определенную на $(-\infty;\ +\infty)$ и удовлетворяющую уравнению $f(3 + x) + 2f(4 - x) = 45 - 3x$.

ФИЗИКА

Отборочный тур

1. Два спутника движутся по круговым орбитам в *противоположных* направлениях вокруг планеты Шелезяка с линейными скоростями $v_1 = 5$ км/с и $v_2 = 8$ км/с. Радиус планеты $R =$ = 17,4 тыс.км, ускорение свободного падения на ее поверхности $g = 14$ м/с^2. Найдите интервал времени, через который спутники периодически сближаются друг с другом на минимальное расстояние. Результат выразите *в часах* и запишите в виде десятичной дроби с точностью до десятых долей. (10 баллов)

2. Массивный шарик, привязанный упругой нитью к потолку, вращается по окружности в горизонтальной плоскости так, что нить подвеса описывает в пространстве конус (рис.1). Угол между вертикалью и нитью подвеса $\theta = 40°$. Кинетическая энергия шарика $E_{кин} = 1{,}8$ Дж. При вращении относительное увеличение длины нити подвеса составляет $\delta = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot 100\% = 10\%$ (l_0 – длина нити в нерастянутом состоянии). Найдите потенциальную энергию растянутой нити. Ответ представьте *в джоулях* и запишите с точностью до десятых долей. (12 баллов)

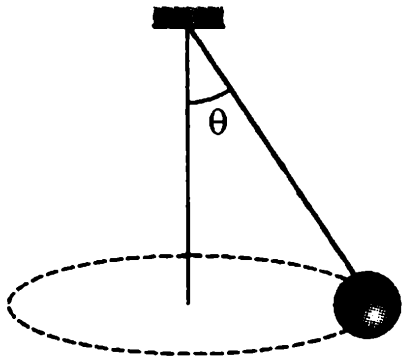


Рис. 1

3. Деревянное однородное полено диаметром d = 27 см и длиной L = 0,5 м плавает в воде, находясь в вертикальном положении (рис.2). Под поверхностью воды находится $5/9$ от общей длины бревна. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы полностью погрузить полено в воду? Ответ выразите *в джоулях* и запишите с точностью до сотых долей. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3. (10 баллов)

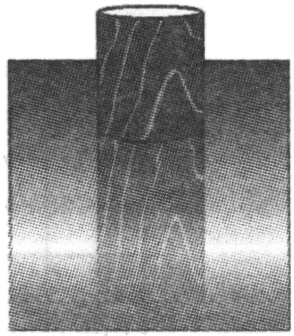


Рис. 2

4. В пробирку налили некоторое количество воды при температуре $t_1 = 31$ °C и герметично закрыли пробкой. Затем пробирку охладили до температуры $t_2 = -28$ °C. При этом оказалось, что давление воздуха надо льдом осталось прежним. Давлением паров воды и изменением объема колбы в процессе охлаждения можно пренебречь. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, образовавшегося льда $\rho_л = 900$ кг/м^3. Какую долю объема пробирки занимала вода до ее охлаждения? Ответ запишите в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей. (10 баллов)

5. Тепловая машина, работающая по термодинамическому циклу Карно, в качестве нагревателя использует кипящую при нормальном атмосферном давлении воду, а в качестве холодильника – сосуд со льдом при температуре его плавления. Какая масса льда растает при совершении тепловой машиной работы $A = 2{,}1$ МДж? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 334$ кДж/кг. Ответ запишите *в килограммах* с точностью до десятых долей. (10 баллов)

6. С $\nu = 7$ моль идеального газа совершают циклический термодинамический процесс, который на pV-диаграмме в относительных координатах изображается в виде окружности (рис.3). Значения параметров: p_0 = 170 кПа, $V_0 = 0{,}02$ м^3. Определите *разность* между максимальной и минимальной температурами

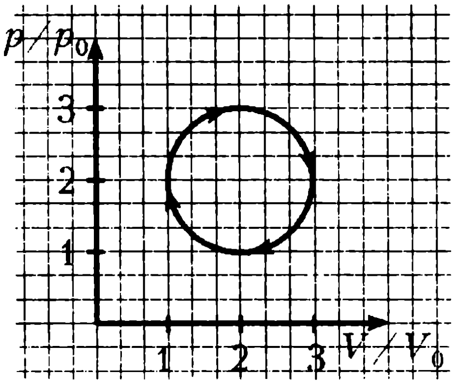


Рис. 3

газа в цикле. Ответ запишите в абсолютной термодинамической шкале с точностью до единиц кельвинов. (12 баллов)

7. В трех вершинах квадрата расположены точечные электрические заряды q_1 = 4 нКл, q_2 = 2 нКл и q_3 = 4 нКл (рис.4). Найдите отношение модулей напряженности электрического поля $\frac{E_A}{E_B}$ в точках A (центр квадрата) и B (четвертая вершина). Результат запишите в виде десятичной дроби с точностью до сотых долей. (12 баллов)

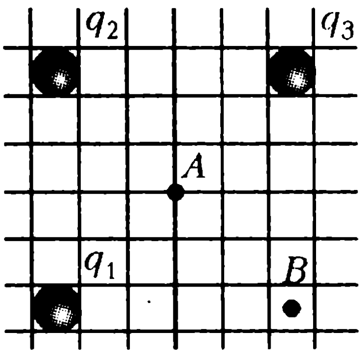


Рис. 4

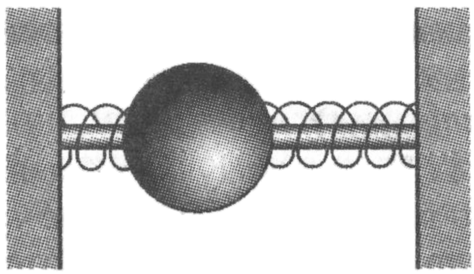


Рис. 5

8. Массивный шарик, надетый на гладкий горизонтальный стержень, прикреплен к концам двух невесомых пружин (рис.5). Противоположные концы пружин закреплены в неподвижных стенках так, что в положении равновесия шарика пружины не деформированы. Каков период колебаний шарика, если известно, что при поочередном подвешивании шарика к каждой из пружин по отдельности их удлинения составили δ_1 = 6 см и δ_2 = 8 см? Ответ представьте *в секундах* и запишите с точностью до сотых долей. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. (8 баллов)

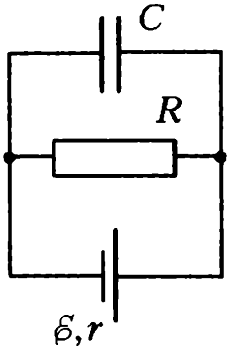


Рис. 6

9. В плоском конденсаторе (рис.6) напряженность электрического поля E = 6,6 кВ/м. Электродвижущая сила источника $\mathcal{E}$ = 33 В, внутреннее сопротивление r = 7 Ом, нагрузочное сопротивление R = 23 Ом. Определите расстояние (*в миллиметрах*) между обкладками конденсатора. Результат запишите в виде десятичной дроби с точностью до десятых долей. (8 баллов)

10. Проводящий однородный стержень длиной L = 84 см вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 400$ рад/с вокруг оси, перпендикулярной стержню и проходящей на расстоянии d = 19 см от одного из его концов (рис.7). Однородное магнитное поле с индукцией B = 0,5 Тл направлено параллельно оси вращения. Определите разность потенциалов между концами стержня. Ответ представьте *в вольтах* с точностью до десятых долей. (12 баллов)

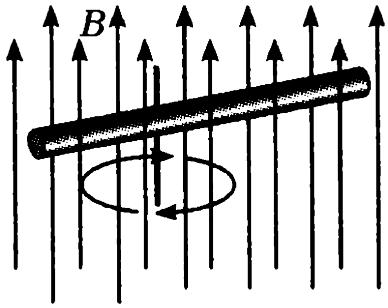


Рис. 7

Заключительный тур

1. Два тела бросают из одной точки с одинаковыми скоростями v_0 = 60 м/с под одинаковым углом к горизонту $\alpha = 30°$ с интервалом времени $\tau = 2$ с. Через какое время (считая от момента бросания первого тела) данные тела в полете будут находиться на минимальном расстоянии друг от друга? Сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. (15 баллов)

2. Тонкий обруч массой M и радиусом R может без трения вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр обруча (рис.8). На обруче закреплен небольшой груз массой m. Найдите период малых колебаний обруча. (30 баллов)

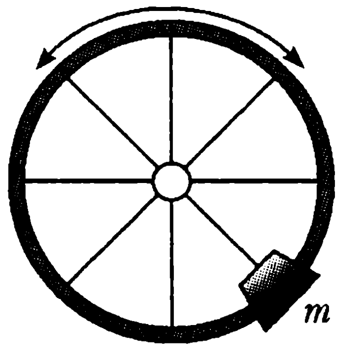


Рис. 8

3. Теплоизолированный сосуд объемом $V = 2$ м^3 разделен тонкой мембраной на две равные части. Первоначально в одной части сосуда находится 2 моль гелия при температуре $T_{He} = 300$ К, а в другой – 1 моль аргона при температуре $T_{Ar} = 600$ К. Атомы гелия могут свободно проникать через микропоры в мембране, а атомы аргона – нет. Найдите давление в той части сосуда, где находился гелий, после установления равновесного состояния. Теплоемкостью сосуда можно пренебречь. (10 баллов)

4. Две концентрические изолированные проводящие сферы радиусами R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$) несут на себе электрические заряды q_1 и q_2, соответственно. Найдите потенциал внутренней сферы после соединения сфер проводником. (10 баллов)

5. Сопротивление галогеновой лампы накаливания зависит от приложенного к ней напряжения по закону $R = \alpha\sqrt{U}$, где α – некоторый постоянный коэффициент. Если три такие лампы соединить последовательно и подключить к источнику напряжения, то сила тока в цепи будет равна I_1. Найдите силу тока через источник, если эти же лампы подключить к источнику, соединив их параллельно. Внутреннее сопротивление источника считать равным нулю. (15 баллов)

6. В бетатроне (ускорителе заряженных частиц) электроны движутся по круговой орбите постоянного радиуса r = 50 см. Поток магнитной индукции через площадь орбиты равномерно изменяется со скоростью $\Delta\Phi/\Delta t = 10$ Вб/с . Какое время необходимо для ускорения электронов до энергии W = 20 кэВ? Начальную энергию электронов считать пренебрежимо малой, отношение заряда к массе для электрона равно $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг . (20 баллов)

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

1. Вот 4 алгоритма, описанных на псевдокоде:

Алг Алг1
Нач
Ввод A, B
C:= 0
Для K **От** A **До** B **НЦ**
Если K mod 7 = 0 **То** C := C + 1
КЦ
Вывод C
Кон

Алг Алг2
Нач
Ввод A, B
C:= 0
Для K **От** 1 **До** A **НЦ**
Если A mod K = 0 **И** B mod K = 0 **То** C := C + 1
КЦ
Вывод C
Кон

Алг Алг3
Нач
Ввод A, B
C:= 1
Пока B>0 **НЦ**
C:= C * A

B:= B − 1
КЦ
Вывод C
Кон

Алг Алг4
Нач
Ввод A, B
C:= 0
Для K **От** A **До** B **НЦ**
C := C + K
КЦ
Вывод C
Кон

Определите, какой из алгоритмов при вводе заданных A и B выведет указанное значение C.

а) A=1000, B=1010, C=2; б) A=10, B=50, C=6; в) A=15, B=16, C=1; г) A=1001, B=91, C=4;

д) A=5, B=500, C=0; е) A=100, B=200, C=15150; ж) A=2, B=9, C=512; з) A=12, B=12, C=6.

2. Алгоритм, описанный в виде блок-схемы, представлен на рисунке 9. Найдите наименьшее натуральное значение A, при котором в результате выполнения алгоритма будет выведено «Ох!Вау!Ах!Ух!Вау!Ух!Вау!»

3. Если вы уже начали подготовку к ЕГЭ по информатике, то, наверное, уже знаете трагическую историю про разорванный на кусочки IP-адрес... Здесь история другая.

В 16-разрядных ячейках памяти лежали 4 одинаковых числа (естественно, двоичных, из ноликов-единичек). В результате падения метеорита каждая ячейка разбилась на 2 кусочка, кусочки перемешались. Их собрали: это были двоичные записи чисел 8, 9, 33, 41, 271, 937, 1961, 2170. Каким было исходное число? Результат представьте в десятичной системе счисления.

4. Установите соответствие между типами файлов и их описаниями:

Архив DLL
Ярлык SWF
Сжатое растровое изображение CPP
Исполняемый файл PPTX
Динамически подключаемая библиотека AVI
Текст программы на языке C++ ISO
Образ диска EXE

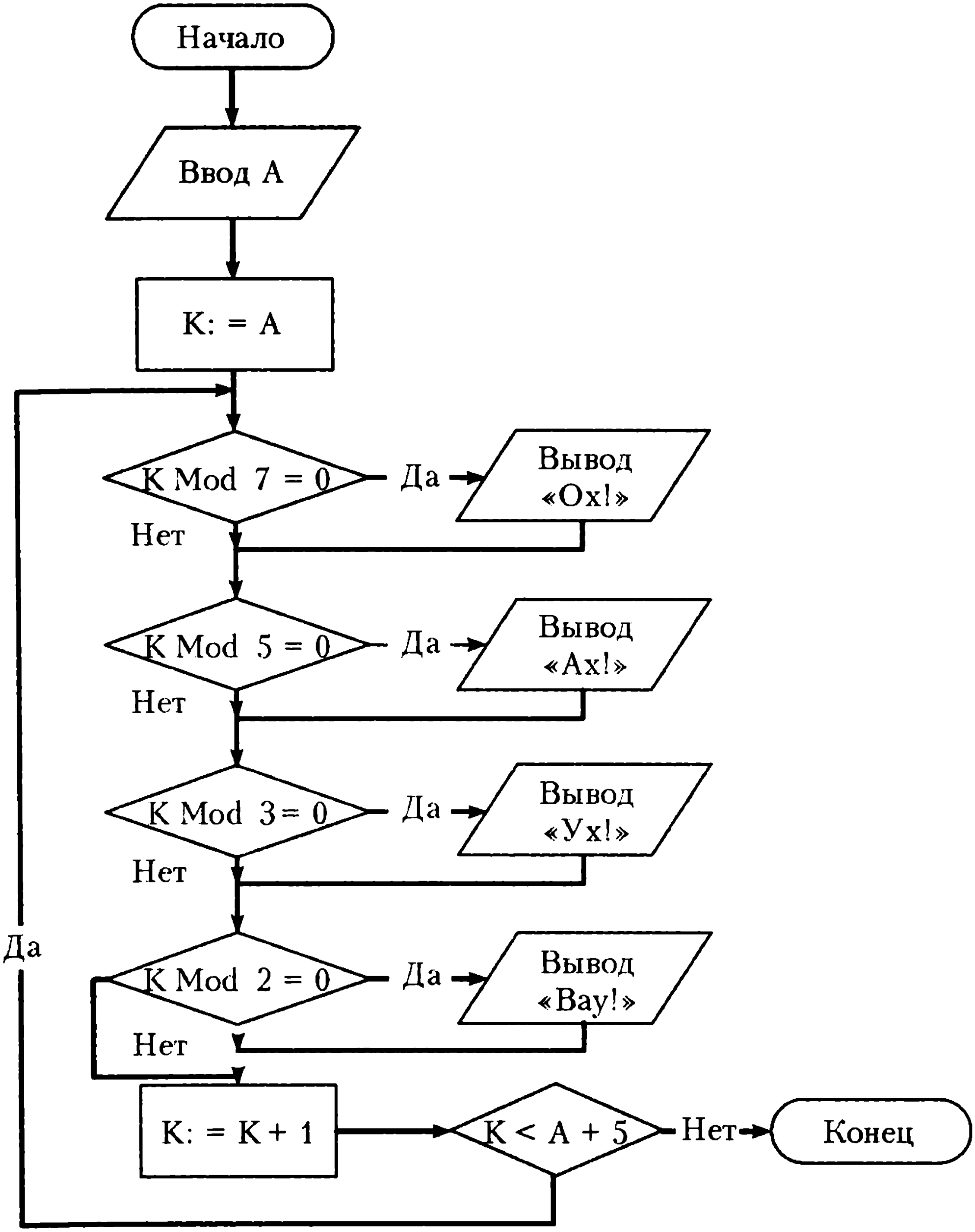


Рис. 9

Презентация Power Point RAR
Видеоклип JPG
Флэш-анимация LNK

5. Братья Гриша и Гоша – школьники. Ежедневно им выставляют оценки за поведение: 5, 4, 3 или 2. Известно, что у Гриши всех оценок примерно поровну. А вот Гоша получает двоек столько же, сколько остальных оценок вместе взятых, троек – столько, сколько четверок и пятерок, вместе взятых, а четверок и пятерок – поровну. Папа каждый вечер спрашивает у каждого из мальчиков, что ему поставили. При этом ответ старшего брата несет в себе меньше информации, чем ответ младшего. На сколько бит ответ младшего информативнее? Ответ введите с точностью до сотых.

6. Делфтский яблокоед, переживший 2 тура Политехнической олимпиады 2012 года, по-прежнему живет на стеллажах фирмы IKEA и питается яблоками. За одну итерацию яблокоед может съесть 0, 1 или 2 яблока из имеющихся на полке, а также положить в карман 0 или 1 яблоко. Если яблокоед не съел ни одного яблока и не взял с собой – он не сможет совершить прыжок на другую полку и уснет. Если он яблок есть не будет, но положит одно яблоко в карман, он прыгнет на 1 полку вниз; 1 съест, 1 в карман – прыгнет на 1 полку вверх; 1 съест, 0 в карман – на 2 полки вверх; 2 съест, 0 в карман – на 4 полки вверх; 2 съест, 1 в карман – на 3 полки вверх. В начальный момент на полке с номером 0 сидит яблокоед. Рядом с ним 2 яблока. На полках с номерами −1 и 1 лежит по 1 яблоку, остальные полки бесконечного стеллажа пусты. На каких из перечисленных полок яблокоед не сможет оказаться ровно за 2 прыжка? Выберите один или несколько ответов.

a) На полке с номером 4; b) на полке с номером 5; c) на полке с номером 0; d) на полке с номером −2; e) на полке с номером 2; f) на полке с номером 1; g) на полке с номером −1; h) на полке с номером 3.

7. Пользуясь приведенными ниже таблицами базы данных (рис.10), определите, сколько килограммов гречи-ядрицы продано 14.02.11 в Псковскую область клиентам менеджера Абрамовича.

8. Кристофер Робин провел в лес Интернет, и Винни-Пух с друзьями и соседями впервые воспользовались продуктовым Интернет-магазином. Кролик закупил все, в чем содержался витамин С. Сова – все, в чем были витамин С, витамин А и было не более 100 калорий. Пятачок – все, где был хотя бы один из витаминов А или С. Винни-Пух же закупил все, содержащее хоть какой-нибудь витамин. Упорядочите героев этой истории по возрастанию количества приобретенных продуктов.

9. На газоперекачивающей станции стояли 2 датчика, фиксирующих давление газа на входе и на выходе. Сигнал с каждого датчика измеряется ежесекундно, кодируется минимальным возможным количеством битов и сохраняется. По истечении суток собранные данные записываются в файл. В целях повышения безопасности добавили еще 2 датчика. В результате объем

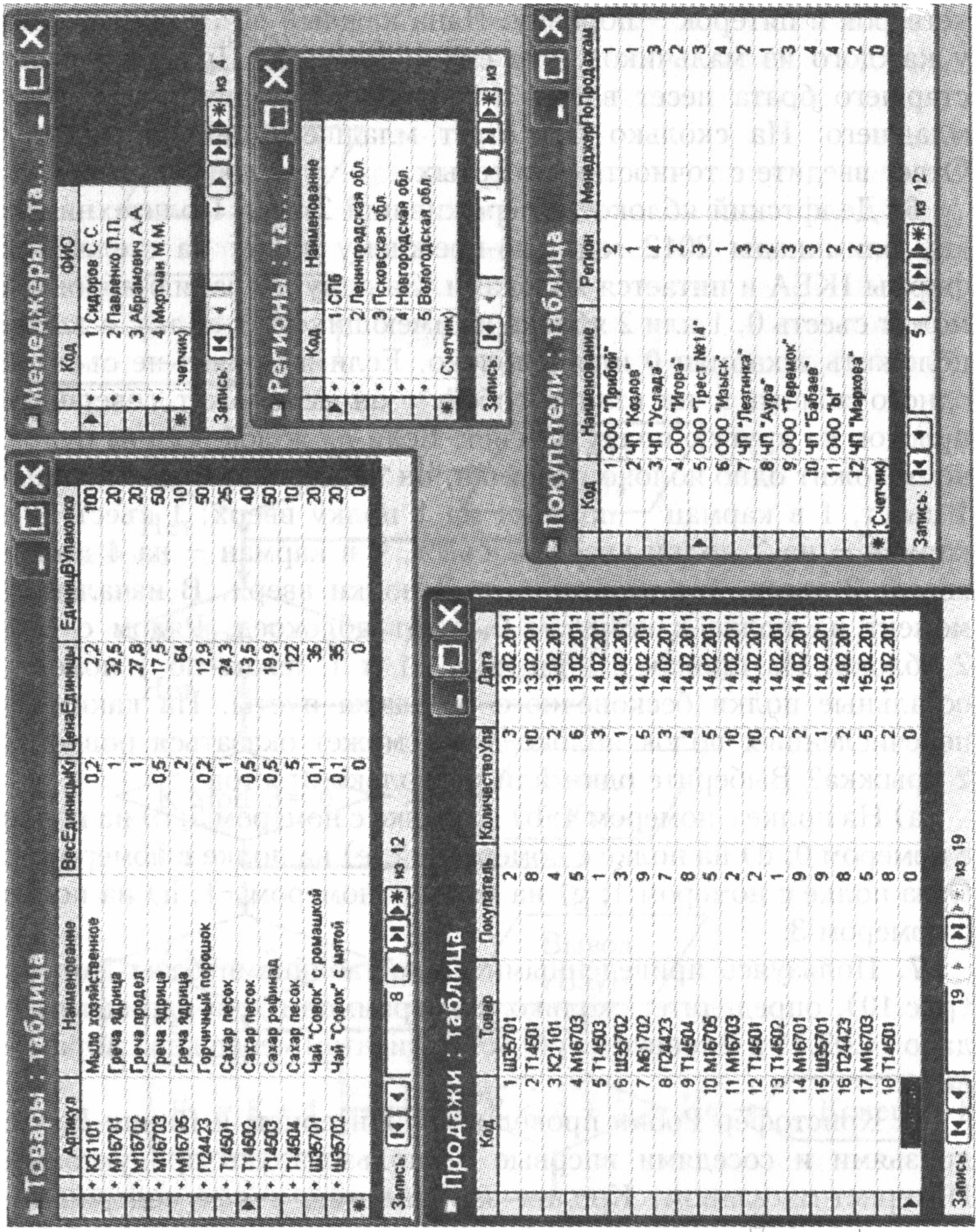


Рис. 10

суточного файла увеличился на 172,8 килобайта. Определите количество уровней дискретизации сигнала с датчика.

10. Формула из ячейки A10 с помощью автозаполнения скопирована в ячейки B10:E10, затем на основе ячеек A10:E10 построена диаграмма (рис.11). В ячейке F9 – сумма значений ячеек A9:E9. У части ячеек, как видите, цвет текста совпадает с цветом заливки. Однако это не помешает вам определить значение в ячейке F9.

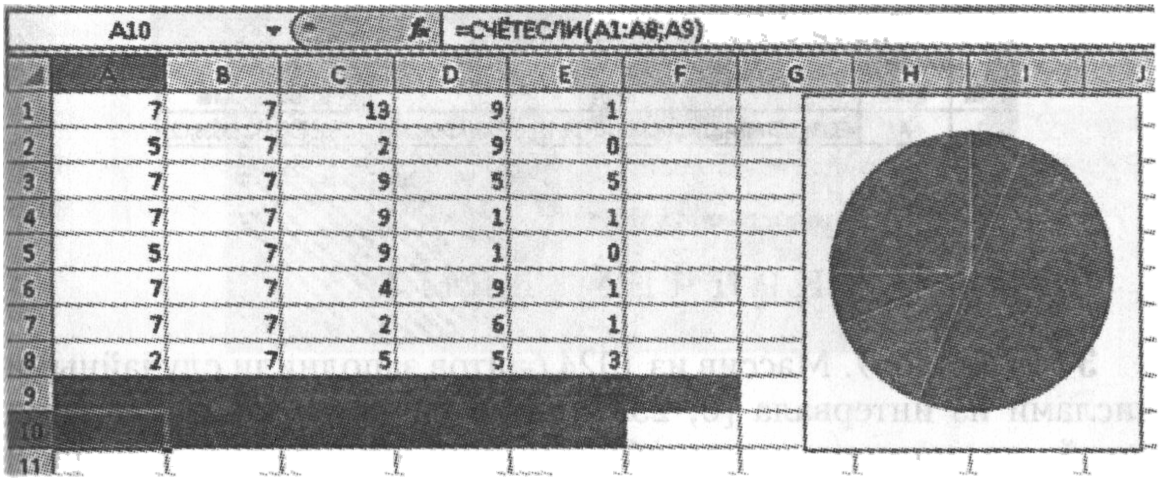


Рис. 11

Заключительный тур

1 (20 баллов). В ходе разработки программы, имитирующей игру в «Морской бой», встал вопрос о способе представления данных о расстановке кораблей. Были предложены следующие варианты:

A. Координаты (номер строки и номер столбца) всех непустых клеток игрового поля, каждая координата представляет собой число – байт.

B. Двумерный массив символов в ASCII-коде, где «#» обозначает элемент корабля, пробел – пустую клетку.

C. Для каждого из кораблей хранятся по 2 координаты его начала и конца в виде чисел-байтов.

D. Массив двухбайтовых переменных по числу строк, принадлежность клеток строки поля кораблям отражается битами, лишние биты не используются.

Известно, что игровое поле имеет размер 10 на 10, на нем размещаются 1 4-клеточный, 2 3-клеточных, 3 2-клеточных и 4 1-клеточных корабля.

1) Определите объем памяти, необходимой для кодирования расстановки кораблей при каждом из способов.

2) Требуется разработать функцию, которая получает на вход 2 целых числа – координаты выстрела – и возвращает булевское значение «попал/мимо». Упорядочите способы по возрастанию времени работы такой функции при оптимальном программировании.

2 (15 баллов). Перехвачена шифровка о месте встречи двух агентов вражеской разведки, а также обрывок бумаги со странной табличкой (рис.12). Где встречаются агенты?

№	Исходная буква	Ключ	Буква-результат
1	А	=ЕСЛИ(ОСТАТ(A2;2)=1;ОСТАТ(A2+14; 32);ОСТАТ(A2+10; 32))	=ИНДЕКС($B$2:$B$33;C2)

Рис. 12

Шифровка: Х К Р Ц Ч Е У Ъ Ь Ы А

3 (15 баллов). Массив из 1024 байтов заполнили случайными числами из интервала [0; 255], затем скопировали в еще один такой же массив, потом оба массива объединили в один и перемешали. Но случилось страшное: один из элементов массива нечаянно заменили на число 4. Какое число было заменено, если известно, что элемент №1 XOR элемент №2 XOR...XOR элемент №2048 = 128?

4 (15 баллов). У делфтского яблокоеда началась весенняя линька – он в начале каждой минуты сбрасывает 2 или 3 колючки. К началу следующей минуты количество колючек яблокоеда X самопроизвольно меняется по алгоритму, представленному на рисунке 13. Если после очередного сброса колючек их количество стало равным 0 – линька успешно завершилась. Если яблокоед остался с одной колючкой, он не сможет завершить линьку и ему придется в одиночестве ждать следующей весны, когда он вновь обрастет. За какое наименьшее время завершит линьку яблокоед с 27 колючками? По сколько иголок он должен для этого сбрасывать на каждой минуте процесса линьки (если возможны несколько одинаковых по времени вариантов, приведите любой)?

```
Если X mod 7 = 0 То
      X := X / 7
ИначеЕсли X mod 5 = 0 То
      X := X * 2
ИначеЕсли X mod 3 = 0 То
      X := X + 5
ИначеЕсли X mod 2 = 0 То
      X := X + 1
Всё
```

Рис. 13

5 (15 баллов). Имеется диаграмма, отражающая результаты контрольной работы (рис.14). Даны 4 высказывания:

1) Ни одна из девочек не получила «Отлично».

2) Возможно, что среди написавших работу на 3 девочек вдвое меньше, чем мальчиков.

3) Наверняка есть хотя бы одна девочка, которая написала контрольную на оценку ниже 4.

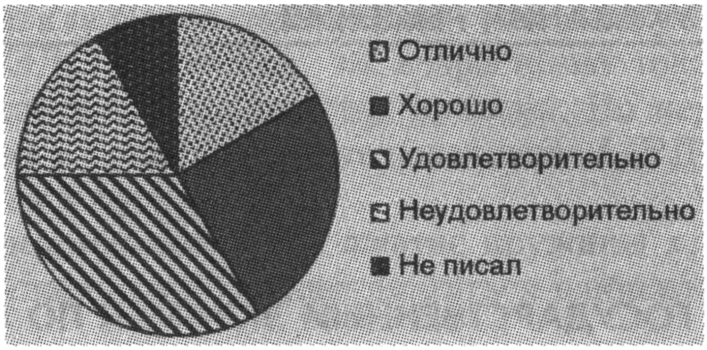


Рис. 14

4) Возможно, что есть девочки, написавшие контрольную на **2** или же не писавшие ее.

Какие 2 высказывания не могут быть истинными одновременно? В классе мальчиков не меньше, чем девочек.

6 (20 баллов). Описание алгоритма функции представлено на рисунке 15. Были выведены на экран значения функции для всех целых чисел от 60 до 70. Какими были наибольшее и наименьшее из выведенных чисел?

Примечание: в задачах 4 и 6 «mod» – остаток от деления левого операнда на правый, «div» – результат целочисленного деления левого операнда на правый.

```
Алг Цел FFF (Цел N)
Нач
M: =0
Пока N>0 НЦ
M := M * 2
M := M + (N mod 2)
N := N div 2
КЦ
Знач := M
Кон
```

Рис. 15

Публикацию подготовили Т.Андреева, А.Басов, М.Коробков, Е.Крылова, А.Моисеев, С.Преображенский, В.Родионов, А.Щукин

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Политехническая олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

1. 1. **2.** 3. **3.** $\frac{3}{2}$. **4.** 2. **5.** 23. **6.** 15 мин. **7.** $\frac{\pi}{3}$. **8.** 72. **9.** 2. **10.** 8.

Заключительный тур

1. $\frac{\pi}{12}$. **2.** 2. **3.** $(5/2; 1/2)$. **4.** 52. **5.** 4. **6.** $3x+4$.

ФИЗИКА

Отборочный тур

1. $\tau = 2\pi \frac{gR^2}{v_1^3 + v_2^3} = 11{,}6$ ч.

2. $E_{\text{пот}} = \frac{E_{\text{кин}}}{\sin^2\theta} \frac{\delta/100\%}{(\delta/100\%)+1} = 0{,}4$ Дж.

3. $A_{\min} = \rho_{\text{в}} g \frac{\pi d^2}{8} L^2 \left(1 - \frac{5}{9}\right)^2 = 14{,}14$ Дж.

4. $\frac{V_{\text{в}1}}{V_{\text{пр}}} = 1 - \frac{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})T_1}{\rho_{\text{в}} T_1 - \rho_{\text{л}} T_2} = 0{,}64$.

5. $m = \frac{A}{\lambda} \frac{T_{\text{х}}}{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}} = 17{,}2$ кг.

6. $\Delta T = 4\sqrt{2} \frac{p_0 V_0}{\nu R} = 331$ К.

7. $\frac{E_A}{E_B} = 2\sqrt{\frac{(q_1 - q_3)^2 + q_2^2}{q_1^2 + q_3^2 + \frac{q_2^2}{4} + \frac{q_2}{\sqrt{2}}(q_1 + q_3)}} = 0{,}60$.

8. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\delta_1\delta_2}{g(\delta_1 + \delta_2)}} = 0{,}37$ с.

9. $d = \frac{\mathcal{E}}{E} \frac{R}{R + r} = 3{,}8$ мм.

10. $\Delta\varphi = \frac{\omega B L}{2}(L - 2d) = 38{,}6$ В.

Заключительный тур

1. $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \frac{\tau}{2} = 4$ с.

2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m + M}{m} \frac{R}{g}}$.

3. $p = \nu_{\text{He}} \frac{R}{V} \frac{\nu_{\text{He}} T_{\text{He}} + \nu_{\text{Ar}} T_{\text{Ar}}}{\nu_{\text{He}} + \nu_{\text{Ar}}} = 3324$ Па.

4. $\varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 + q_2}{R_2}$.

5. $I_2 = 3^{3/2} I_1 = 3\sqrt{3} I_1 \approx 5{,}2 I_1$.

6. $t = \dfrac{2\pi r}{\Delta\Phi/\Delta t}\sqrt{\dfrac{2mW}{e^2}} = 150$ мкс.

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

1. а) Алг1; б) Алг1; в) Алг2; г) Алг2; д) ни один из алгоритмов; е) Алг4; ж) Алг3; з) Алг2.

2. 14. **3.** 34729.

4. RAR, LNK, JPG, EXE, DLL, ISO, PPTX, AVI, SWF.

5. 0,25.

6. д) и а).

7. 140.

8. Сова, Кролик, Пятачок, Винни-Пух.

9. 256.

10. 18.

Заключительный тур

1. 1) Объемы памяти по вариантам:

A: 20*2=40 байт,

B: 100 байт,

C: 10*2*2=40 байт,

D: 10*2=20 байт.

2) Явно быстрый по времени проверки «попал/мимо» способ B – просто проверяем элемент массива с заданными координатами. Способ A медленнее: перебираем элементы массива из 20 пар координат, сравниваем с нашими координатами (1–2 операции сравнения). Примерно таков же способ C: мы должны проверять принадлежность клетки каждому из 10 кораблей, проводя от 1 до 4 операций сравнения. Какой способ быстрее: A или C? Видимо, C, так как время расходуется еще и на организацию итерации цикла, а этих итераций больше при способе A. Ну и совсем страшный с виду способ D при оптимальном программировании сопоставим со способом B: взять переменную, соответствующую номеру строки, выполнить битовую операцию AND с двойкой в степени, соответствующей номеру столбца, сравнить с нулем. Однако тут больше операций, чем в способе A, да и длительные они.

Правильный ответ: B, D, C, A.

2. Принцип шифра примерно понятен – есть параллельные диапазоны номеров и букв, буква заменяется на букву с номером, соответствующим значению в графе Ключ. Формула для расчета ключа: номер буквы + 14 для букв с нечетными номерами, номер буквы + 10 для букв с четными номерами, все это по модулю 32 (видимо, алфавит без Ё). Радует, что четность номеров букв сохраняется, так что декодируется все однозначно. А именно, Х: 22 – 10 = 12,Л. К: 11 – 14 + 32 = 29,Б и т.п.

Ответ: ЛЬВИНЫЙ МОСТ.

3. Операция XOR транзитивна. Представим себе, что числа выстроены парами, а непарные – в конце. Все парные превратятся в 0. Тогда 128 = искомое число XOR 4. Стало быть, у искомого числа единицы в 7-м и 2-м разрядах, и это 132.

Ответ: 132.

4. Честно решаем деревом, отсекая «зацикливающие» ветки. Напоминает игру с двумя игроками, но у ходящего вторым ходы детерминированы. А можно начать «с конца», выписывая, за сколько ходов возможна линька при 2, 3, 4 и т.п. колючках.

Ответ: 7 минут; 2, 3, 3, 3, 2, 3, 3 или 2, 2, 3, 2, 2, 3, 3.

5. Если истинно высказывание 1, то нельзя утверждать, что девочка с оценкой 2 или 3 есть наверняка (может быть все двойки и тройки, а их половина от общего числа оценок, получили мальчики).

Ответ: 1 и 4.

6. Функция осуществляет бит-реверс – как бы переводит число в двоичную систему, переписывает задом наперед и вновь переводит в десятичную. Тогда наибольшее значение даст число, не меньшее 64 (7-значное в двоичной системе) и имеющее побольше подряд идущих единиц с правого конца (т.е. дающее при делении на 4 остаток 3, а еще лучше – при делении на 8 остаток 7). Ну, с 7 не выйдет, а вот две единицы в конце есть у числа 67, оно и даст максимальное значение. Минимальное же даст 64 – это степень двойки, его бит-реверс равен 1.

Ответ: 1 и 97.