



ПРИЛОЖЕНИЕ К ЖУРНАЛУ

КВАНТ

№ 5-6/2015



**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ
МАТЕРИАЛЫ
2015 ГОДА**

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Вступительный экзамен

МАТЕМАТИКА

В июле был проведен вступительный экзамен для абитуриентов, имеющих право сдавать экзамен в вузе.

Вариант 1

1. Вступительный экзамен по математике сдают 1000 абитуриентов. В здании есть 3 аудитории на 150 человек, 6 аудиторий на 100 человек и 6 аудиторий на 40 человек. Найдите наименьшее количество аудиторий для сдачи экзамена, если не менее 20% мест в каждой аудитории должны остаться свободными.

2. В институте обучаются 900 студентов, 15% из них имеют академическую задолженность. Сколько человек следует отчислить, чтобы «должников» осталось 10% (от нового количества студентов)?

3. Упростите выражение $\frac{a^2 + 2ab - 3b^2}{a - b} - a$.

4. Студент подготовил к экзамену 15 билетов из 20. Когда он пошел в аудиторию, в пачке не было 5 билетов, в том числе 3 выученных. Какова вероятность вытащить выученный билет?

5. Из города A в город B можно проехать по трем маршрутам, каждый из которых состоит из двух участков. На первом участке каждого маршрута автомобиль движется со средней скоростью 60 км/ч, а на втором участке – со средней скоростью 90 км/ч. Найдите наименьшее время проезда (в минутах), если длина первого участка составляет 20 км, 15 км и 10 км, а второго – 45 км, 60 км и 75 км для каждого из трех маршрутов соответственно.

6. Скорость автомобиля при торможении изменяется по закону $v = v_0 - at$, где v_0 – скорость автомобиля до торможения (м/с), a – ускорение (м/с²), t – время, прошедшее с начала торможения (с). Найдите величину ускорения автомобиля при

торможении, если $v_0 = 20 \text{ м/с}^2$, а время торможения до остановки равно 10 с.

7. Решите уравнение $4x - 1 = 3(2\sqrt{x} - 1)$.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3, \\ xy - 2 = 0. \end{cases}$$

9. Решите неравенство $\frac{1}{\sqrt{x-1}} \geq \sqrt{x-1}$.

10. Найдите наибольшее значение функции $y = |x - 1|$ на отрезке $[-4; 2]$.

11. Решите уравнение $\sin 2x = -\operatorname{tg} x$.

12. Футбольный турнир проводится в два круга: команды встречаются на своем и чужом поле. После первого круга две команды снялись с розыгрыша из-за финансовых проблем. Найдите общее количество матчей, которые были сыграны, если в начале турнира было 20 команд.

13. Найдите, во сколько раз увеличится объем конуса, если его высоту увеличить в 3 раза, а радиус основания – в 2 раза.

14. Решите уравнение $\log_2(x - 1) = \log_4(x - 1)$.

15. Решите неравенство $9^x - 2 \cdot 3^x < 3$.

16. Отношение суммы первых трех элементов геометрической прогрессии к сумме первых двух равно $7/3$. Найдите знаменатель прогрессии.

17. Найдите значение a , при котором прямая $y = 2x + a$ касается параболы $y = x^2$.

18. Найдите периметр равнобедренного треугольника, если его высота равна 12, а площадь равна 192.

19. Найдите апофему (высоту боковой грани) правильной треугольной пирамиды, если высота пирамиды равна 1, а сторона основания равна 6.

20. Найдите остаток от деления многочлена $x^2 + x + 1$ на $x - 1$.

Политехническая олимпиада школьников

Политехническая олимпиада школьников в 2014/15 учебном году проводилась по трем предметам: математике, физике и информатике. Отборочный тур проводился заочно в три этапа с применением интернет-технологии. Задания и правила выполнения были вывешены на официальном сайте олимпиады. Победители и призеры отборочного тура были приглашены к участию в заключительном туре, который прошел в Санкт-Петербургском

политехническом университете в форме очного письменного испытания.

Информацию об олимпиаде 2015/16 учебного года можно получить на сайтах СПбПУ: www.spbstu.ru и olymp.spbstu.ru

Ниже приводятся задания олимпиады 2014/15 учебного года по математике, физике и информатике.

МАТЕМАТИКА

Заключительный тур

1. Найдите наименьшее натуральное число, кратное 13, которое при делении на 6 и на 7 дает остаток 1.

2. Саша и Маша сажали цветы. Саша взялся за дело с самого утра, а Маша начала посадки через час после Саши. Еще через три часа она сравнялась с Сашей по числу посаженных цветов, а закончила работу на два часа раньше Саши. Сколько часов работал Саша, если он имел задание на 20% больше, чем Маша?

3. Найдите целое число – сумму первых семи членов последовательности $x_n = \operatorname{tg} \frac{\pi n}{7} \operatorname{tg} \frac{\pi(n-1)}{7}$.

4. Найдите тройку чисел (x, y, z) , если числа $\log_{2y} x$, $\log_z (2y)$, $\log_x z$ образуют геометрическую прогрессию и справедливо равенство $2y^2 - 2y + 1 = 6xy - 9x^2$.

5. Решите неравенство $\log_{x+4x^{-1}} (16 - |x - 2|) < 2$.

6. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 + 16)(y^2 + 16) = 640, \\ (x + y)(xy - 16) = 48. \end{cases}$$

7. Решите уравнение $2 \cos x \cos 3x + 3 \cos 2x \cos 7x = 5$.

8. Равнобокая трапеция описана около окружности радиуса 3. Отношение площади трапеции к площади четырехугольника с вершинами в точках касания сторон и окружности равно 18. Найдите площадь трапеции.

9. В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = AC = 10$, $BC = 16$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Перпендикуляр, опущенный из вершины A на плоскость SBC , проходит через центр окружности, вписанной в треугольник SBC . Найдите объем пирамиды.

10. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{1}{2 \cos^2 x - \cos^4 x} + \frac{1}{2 \sin^2 x + \cos^4 x}.$$

1. Поезд, отправившийся с вокзала Кингс-Кросс, $1/8$ часть пути прошел со скоростью $v_1 = 52$ км/ч. Средняя скорость поезда на всем пути оказалась равной $\langle v \rangle = 34$ км/ч. С какой постоянной скоростью поезд двигался на оставшейся части пути, если известно, что $1/10$ часть всего времени движения поезд стоял, пропуская экспресс из Хогвартса? (10 баллов)

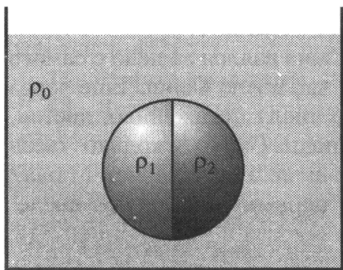


Рис. 1

2. Сплошной шар состоит из двух половин, изготовленных из материалов с плотностями $\rho_1 = 4,7$ кг/м³ и $\rho_2 = 6,1$ кг/м³ (рис.1). С каким ускорением будет всплывать этот шар в жидкости с плотностью $\rho_0 = 13,4$ кг/м³? Силой сопротивления среды пренебречь. (10 баллов)

3. Работая непрерывно, холодильник мощностью $N = 580$ Вт за время $\tau = 85$ мин приготовил лед из $m = 3,0$ кг воды. Какое количество теплоты выделилось при этом в окружающую среду? Начальная температура воды $t_0 = 25$ °С. Конечная температура льда $t_n = -18$ °С. (10 баллов)

4. В схеме, представленной на рисунке 2, сопротивления резисторов $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, емкость конденсатора $C = 37$ нФ, разность потенциалов между точками А и В $\Delta\phi = 5$ В. Определите показания вольтметра, считая его идеальным. (10 баллов)

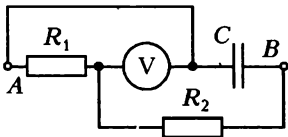


Рис. 2

5. Три точечных заряда q_1 , q_2 и q_3 расположены вдоль одной прямой, как показано на рисунке 3. Расстояние между первым и вторым зарядами в 1,3 раза превышает расстояние между вторым и третьим, заряд $q_2 = -4$ нКл. Найдите величину заряда q_1 , если сила, действующая на каждый из зарядов, равна нулю. (10 баллов)

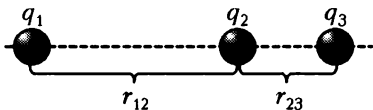


Рис. 3

6. Проводник, прикрепленный к двум упругим непроводящим подвесам, находится в

равновесии в горизонтальном однородном магнитном поле (рис.4). Сила тока в проводнике $I = 3,14$ А, длина проводника $L = 88$ см. Если изменить направление протекания тока в проводнике на противоположное, то величина

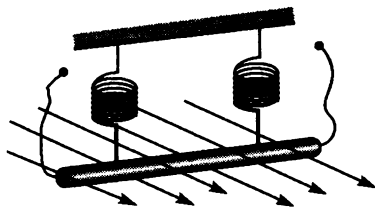


Рис. 4

удлинения подвесов изменится с $\Delta l_1 = 3,0$ см до $\Delta l_2 = 0,9$ см. Найдите массу проводника, если жесткость каждого из подвесов $k = 15$ Н/м. (10 баллов)

7. Середина звучащей гитарной струны имеет максимальное ускорение $a_x = 9,5 \cdot 10^3$ м/с². Найдите частоту колебаний струны, если амплитуда ее колебаний $x_m = 1,4$ мм. (10 баллов)

8. Лазерный луч падает из воздуха на слой некоторой жидкости с показателем преломления $n = 1,61$ под углом $\varphi = 29^\circ$ к ее поверхности (рис.5). Высота слоя жидкости $H = 134$ мм. На каком расстоянии друг от друга будут распространяться в воздухе лучи, отраженные от поверхности жидкости и от дна сосуда? (10 баллов)

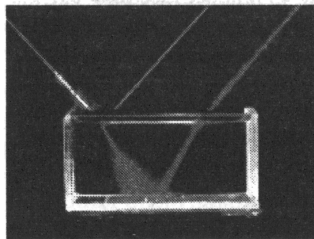


Рис. 5

9. Рентгеновское излучение возникает при торможении электронного пучка о поверхность массивного металлического (Cu) антикатада. Скорость наиболее быстрых электронов пучка перед падением на антикатод равна $\eta = 3\%$ от скорости света в вакууме. Найдите длину волны коротковолновой границы спектра рентгеновского излучения. (10 баллов)

11 класс

1. Гоночный автомобиль класса «Формула-1» после старта, разгоняясь на прямолинейном участке, проходит первый километр трассы с постоянным ускорением a_1 , а второй километр – с постоянным ускорением a_2 . При этом его скорость на первом километре увеличивается на $\Delta v_1 = 22$ м/с, а на втором километре – на $\Delta v_2 = 21$ м/с. Найдите отношение ускорений a_2/a_1 . (10 баллов)

2. Механическая система, показанная на рисунке 6 (одинарный силовой полиспаг), состоит из невесомой нерастяжимой нити, блоков с пренебрежимо малой массой и двух грузов массами $m_A = 2,9$ кг и $m_B = 3,1$ кг. В начальный момент грузы

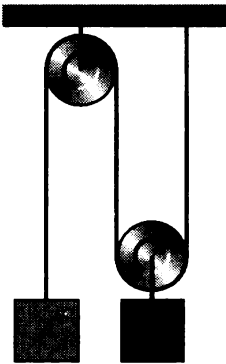


Рис. 6

удерживаются внешней силой в неподвижном состоянии на одной и той же высоте. После того как грузы отпустили, они пришли в движение. Найдите скорость груза массой m_A в тот момент, когда расстояние по вертикали между грузами будет $\Delta h = 51$ см. Трением в осях блоков можно пренебречь. (10 баллов)

3. К орбитальной космической станции пристыковался транспортный грузовой корабль. Относительная влажность в отсеках космической станции $\phi_1 = 55\%$, а в грузовом корабле $\phi_2 = 74\%$. Общий объем помещений космической станции

$V_1 = 48 \text{ м}^3$, а у грузового корабля $V_2 = 31 \text{ м}^3$. Какая относительная влажность установится на станции после открытия люков шлюзового отсека? Температуру воздуха в космических аппаратах считать одинаковой. (10 баллов)

4. Восемь различных по знаку, но равных по модулю $|q| = 10$ нКл точечных электрических зарядов расположены в

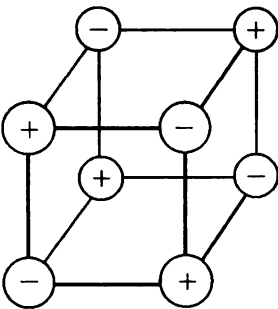


Рис. 7

вершинах куба со стороной $l = 7$ мм. Порядок расположения зарядов показан на рисунке 7. Какую минимальную работу необходимо проделать, чтобы удалить все эти заряды на бесконечно большое расстояние друг от друга? (10 баллов)

5. В осветительной лампе по вольфрамовой нити накала диаметром $d = 55$ мкм протекает постоянный электрический ток силой $I = 0,32$ А, при этом температура нити равна $t_3 = 2485$ °С. Найдите напряженность

электрического поля в нити накала, считая поле однородным. Удельное сопротивление вольфрама при температуре $t_1 = 1000$ °С равно $\rho_1 = 317$ нОм·м, а при температуре $t_2 = 3000$ °С — $\rho_2 = 1172$ нОм·м. В данном температурном диапазоне зависимость сопротивления вольфрама от температуры можно считать практически линейной. (10 баллов)

6. Кольцо радиусом $r = 1,7$ см, изготовленное из двух одинаковых по длине и толщине отрезков медной и молибденовой проволоки, находится в однородном магнитном поле, направление линий индукции которого перпендикулярно плоскости

кольца. Диаметр проволок, из которых изготовлено кольцо, много меньше диаметра самого кольца. Величина индукции магнитного поля равномерно меняется со временем со скоростью $\Delta B/\Delta t = 0,20$ Тл/с. Найдите модуль разности потенциалов между точками соединения проволок.

Удельные сопротивления: меди $\rho_{Cu} = 0,017$ Ом \cdot мм²/м, молибдена $\rho_{Mo} = 0,054$ Ом \cdot мм²/м. (10 баллов)

7. Оптическая сила очков бабушки $D_1 = 4$ дптр, оптическая сила очков внучки Насти $D_2 = -2$ дптр. Настя надела бабушкины очки и читает книгу, не утомляя глаз, на расстоянии s от текста. Определите это расстояние. (10 баллов)

8. На краях открытой сцены на расстоянии $d = 6$ м установлены две акустические системы. Из-за ошибки звукооператора они «загудели». Зритель, находившийся напротив центра сцены на расстоянии $L = 20$ м от нее, обнаружил, что если он смещается из своего начального положения влево или вправо на $x = 2$ м, то громкость звука оказывается наименьшей. На какой частоте «гудели» акустические системы? Скорость звука в воздухе $v = 345$ м/с. (10 баллов)

9. В радиоизотопном термоэлектрическом генераторе – РИТЭГ, – установленном на космическом зонде, для производства электроэнергии используется естественный радиоактивный распад плутония-238. Какое количество плутония было заложено в РИТЭГ перед стартом, если спустя $t = 50$ лет тепловая мощность РИТЭГ оказалась равна $P = 50$ кВт? Период полураспада плутония $T = 88$ лет, а энергетический выход распада $p = 0,567$ Вт/г. (10 баллов)

Заключительный тур

9–10 классы

1. Две одинаковые бусинки массой m каждая надеты на гладкую горизонтальную нить и могут свободно скользить по ней. Бусинки соединены нерастянутой пружиной длиной L и жесткостью k . Бусинкам сообщают одинаковые по модулю скорости v_0 , направленные вдоль нити в противоположные стороны. На какое максимальное расстояние могут разойтись бусинки? (10 баллов)

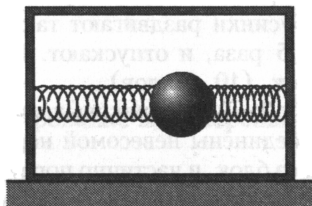


Рис 8

2. Внутри ящика массой M по гладкому горизонтальному стержню может скользить без трения шар

массой m (рис.8). Шар прикреплен к боковым стенкам ящика с помощью двух одинаковых пружин. Ящик расположен на горизонтальной поверхности с коэффициентом трения μ . Максимальная амплитуда колебаний шара, при которых ящик покоится относительно стола, равна A . Найдите собственную частоту колебаний шара на стержне. (20 баллов)

3. Два одинаковых закрытых сосуда, соединенных трубкой пренебрежимо малого объема, содержат воздух с одинаковой температурой. Какая масса воздуха перейдет из правого сосуда в левый, если абсолютную температуру в правом сосуде повышают, а в левом понижают вдвое? Общая масса воздуха в сосудах равна m . (10 баллов)

4. Два маленьких металлических шарика, первый с зарядом $+q$ и радиусом R и второй с зарядом $-4q$ и радиусом $2R$, находятся друг от друга на расстоянии, значительно превышающем радиусы самих шаров. Шары соединили проволокой, а затем проволоку убрали. Найдите отношение модулей сил взаимодействия шариков до и после соединения. (15 баллов)

5. При параллельном и последовательном соединениях двух одинаковых источников постоянного напряжения на внешнем нагрузочном сопротивлении выделяется одинаковая тепловая мощность $P = 10$ Вт. Какая мощность будет выделяться на нагрузочном сопротивлении при подключении к нему только одного источника из двух? (15 баллов)

6. На экране с помощью тонкой линзы получено изображение предмета, уменьшенное в два раза. Линзу и предмет передвинули вдоль оптической оси таким образом, что при неизменном положении экрана изображение на нем оказалось меньше предмета в три раза. На какое расстояние передвинули предмет, если линза сместилась на Δl ? (30 баллов)

11 класс

1. Две бусинки массами m и $2m$ надеты на гладкую горизонтальную нить и могут свободно скользить по ней. Бусинки соединены нерастянутой пружиной длиной L и жесткостью k . Бусинки раздвигают так, что длина пружины увеличивается на 1,5 раза, и отпускают. Найдите максимальные скорости бусинок. (10 баллов)

2. Два одинаковых цилиндра из материала с плотностью ρ_0 соединены невесомой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок, и частично погружены в широкие сосуды с жидкостями с плотностями ρ_1 и ρ_2 (рис.9). Период малых гармонических колебаний в данной системе равен T . Сосуды настолько широки,

что изменением уровня жидкостей в процессе колебаний можно пренебречь. Найдите высоту цилиндров. (30 баллов)

3. Тепловая машина с ν молями идеального одноатомного газа в качестве рабочего тела совершает цикл Карно, состоящий из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух адиабат 2–3 и 4–

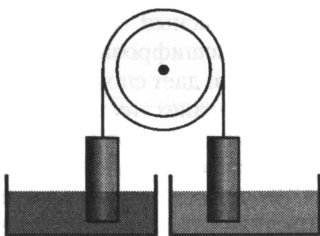


Рис. 9

1. Работа газа в процессе изотермического расширения 1–2 равна A_{12} , а в адиабатическом процессе 2–3 она равна A_{23} . Найдите работу, совершенную над газом в процессе изотермического сжатия 3–4, если температура газа в нем равна T . (15 баллов)

4. Два маленьких металлических шарика, первый с зарядом $-q$ и радиусом R и второй с зарядом $+4q$ и радиусом $2R$, находятся друг от друга на расстоянии, значительно превышающем радиусы самих шаров. Шарики соединили проволокой, а затем проволоку убрали. Найдите отношение модулей сил взаимодействия шариков до и после соединения. (10 баллов)

5. Проводящий контур в форме квадрата сделан из четырех проводников с сопротивлениями $R_{12} = R_{34} = 1$ Ом и $R_{23} = R_{41} = 2$ Ом (рис.10). Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением сначала подключают к вершинам 1 и 2, а затем к вершинам 2 и 3. Найдите отношение модулей магнитной индукции в центре квадрата при первом и втором способе подключения источника. Ответ представьте в виде обыкновенной несократимой дроби. (20 баллов)

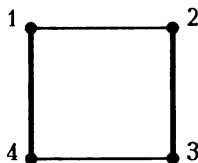


Рис. 10

6. Линза дает действительное изображение предмета, увеличивая его в 3 раза. Как изменится увеличение, если вдвое уменьшить оптическую силу линзы? Расстояние между предметом и линзой остается неизменным. Каким станет изображение? (15 баллов)

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

9–10 классы

I этап: формы представления, кодирование и измерение информации

1. Отличница Иванова обычно записывает все, что говорит на лекции преподаватель. Для того чтобы успевать записывать лекции, Иванова применяет простой способ скорописи – не

пишет гласные. Иванова утверждает, что практически всегда может расшифровать записанное. Подсчитайте, какую примерно экономию дает способ Ивановой. На сколько примерно символов короче станет текст, в котором 3000 букв, после записи его методом Ивановой? Не хватает данных? Но вы ж за компьютером сейчас, и у вас есть интернет!

2. Взяли число 77-байт без знака (можно мы не будем придумывать, кто и зачем его взял?). Биты в байте переставили так, чтобы число стало как можно больше. Сколько перестановок пришлось для этого сделать? Под перестановкой тут понимается «обмен» двух битов, не обязательно расположенных рядом.

3. Братья Ёксель и Пиксель не слишком аккуратны. Пиксель моет ноги 3 раза в неделю в 21.00, а Ёксель – всего 2, тоже в 21.00. Каждый день в 22.00 братья сравнивают чистоту ног, и тот, у кого ноги чище, получает право еще полчаса поиграть на компьютере (если ноги одинаково чистые – никто не играет). Ноги у братьев загрязняются одинаково, степень их грязности прямо пропорциональна времени, прошедшему с последней помывки. На этой неделе Ёксель играл на компьютере 4 дня, а Пиксель – всего 3. Точно известно, что Пиксель мыл ноги в понедельник, а Ёксель – в воскресенье, а в пятницу никто ноги не мыл. Кто мыл ноги в какой из дней недели? Вы спросите, причем тут информатика? А при том, что для решения задачи вам придется сперва отфильтровать словесную информацию, потом преобразовать ее в графическую, а графическую – в числовую..

II этап: программное и аппаратное обеспечение компьютера, компьютерное моделирование

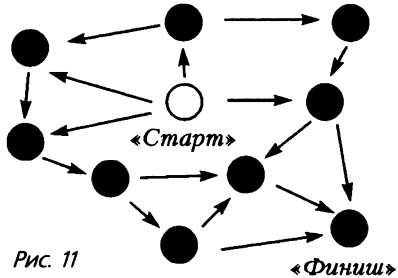
4. Экспериментируя с автозаполнением и текстовыми функциями в электронной таблице, Дмитрий Ливанов (министр образования и науки) заполнил столбец А названиями дней недели из стандартного списка (понедельник, вторник,...) – по 84 строки. Аналогичным образом он заполнил столбец В, используя трехбуквенные обозначения месяцев (ЯНВ, ФЕВ, МАР,...). Затем столбец С он заполнил сцепленными значениями первых двух столбцов (понедельникЯНВ, вторникФЕВ и т.п.) – это тоже получилось быстро с помощью автозаполнения. А потом он выделил заполненный диапазон с А1 до С84 и отсортировал его по убыванию значений в столбце С. В какой строке впервые встретится в столбце С текст средаНОЯ? В качестве ответа введите число.

5. Известно, что имя файла удовлетворяет следующим шаблонам:

*A_???.?G?
 ???STO.E*
 N*.*E

Укажите в качестве ответа имя этого файла. Все буквы латинские, регистр безразличен.

6. На одном швейцарском курорте продвигают новый вид отдыха – гастротуризм. На фуникулере туристы утром поднимаются на вершину, к ресторану «Старт» (рис.11). После завтрака они садятся на велосипеды и отправляются в путь по системе дорожек, спускаясь от ресторана к ресторану. Почему именно спускаясь? Потому, что на сытый желудок педали крутить вредно, а все дорожки идут под уклон. Кроме того, у гастровелосипедов педалей и нет – только руль и тормоз. Заканчивается маршрут в ресторане «Финиш» (темный кружок). За день турист совершает один спуск от «Старта» до «Финиша».



русский турист Жора решил совершить спуск всеми возможными способами. Сколько дней ему придется провести на курорте?

III этап: алгоритмизация и программирование

7. Иван Durak и Митрофан Prostakov изучали программирование и алгоритмизацию на курсах при компьютерном клубе. Поскольку мест не хватало, уселись они за один компьютер. Преподаватель Василиса Premudraya дала задание:

– Есть у вас массив из 1000 целочисленных элементов. пронумерованы они от 0 до 999. Массив пока не заполнен. Напишите-ка программу, которая вводит число P, как-то с его помощью заполняет массив (желательно помудренее), а потом обрабатывает данные этого массива и на их основе формирует число M (желательно еще мудренее) и это M выводит.

Решили, что заполнение массива напишет Иван, а обработку Митрофан. Собрал Иван все свои скудные познания в математике и написал такую программу (здесь она приведена в переводе на псевдокод):

```

Ввод P
Для Kот 0 до 999 НИ
  A[K] := P * P + (KmodP)
КЦ
  
```

Митрофан сконцентрировался и колоссальным усилием интеллекта сгенерировал такую программу:

$M := 0$

Для K от 1 до 999 НЦ

Если $|A[K] - A[K - 1]| > M$ То $M := |A[K] - A[K - 1]|$

Всё

КЦ

Вывод M

Запустили программу – работает!

Тут и сказочке конец, а кто читал – тому вопрос: какое число ввел в свою программу Иван, если программа Митрофана вывела 137?

8. На клетчатой бумаге нарисован лабиринт (рис.12). На какую-то из его клеточек посажен микроробот. Система команд у него такая:

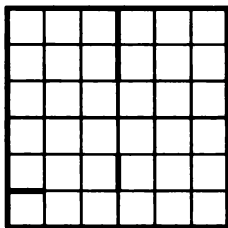


Рис. 12

U – шаг на клеточку вверх;

D – шаг на клеточку вниз;

L – шаг на клеточку влево;

R – шаг на клеточку вправо;

S – остановка.

Если в ходе выполнения программы микроробот ударяется в стенку – он бабахает фиолетовым бабахом и самоуничтожается.

Сколько в данном лабиринте клеточек, которые могут послужить началом благополучной (без бабахов) прогулки микроробота по программе ULLURDDRS ?

9. Дальность прыжка Блохи зависит от того, сколько дней она перед этим отдыхала. Отдохнув день, Блоха прыгает ровно на метр, 2 дня – ровно на 4 метра, 3 – на 9, N – на N^2 метров. Расстояние, к примеру, в 10 метров Блоха может преодолеть за 10 дней (день проспала – в полночь прыгнула, и так 10 раз), и может за 4 (3 дня сна – прыжок на 9, день сна – прыжок на 1). Прыгает Блоха только вперед. За какое минимальное количество дней Блоха может преодолеть расстояние ровно в 878787 метров? В качестве ответа введите число.

11 класс

I этап: формы представления, кодирование и измерение информации

1. Для запоминания пароля от дистанционного курса девочки Катя использует имя своего кота и несложный алгоритм: она последовательно нумерует все буквы в имени кота, затем по номерам выписывает остатки от деления номера буквы на номер

этажа, на котором живет. А потом заменяет каждую букву на ту, что отстоит по алфавиту на этот самый остаток дальше по алфавиту, чем данная буква (при этом считается, что после Я снова идут А, Б, В и т.д.). Когда этот же алгоритм применил брат Кати Василий (живущий с ней в одной квартире) для кодирования собственного имени, он получил ГВСЙНИК. Как зовут кота Кати, если ее пароль ЁНПЙЁИХРР?

2. Взяли два числа – байты без знака (можно мы не будем придумывать, кто и зачем их взял?). Биты в каждом из байтов переставили так, чтобы разность между дизъюнкцией этих двух байтов и их конъюнкцией была как можно больше. В результате эта разность оказалась равной 252. Каким может быть наибольшее суммарное количество единиц в двух этих байтах?

3. Задумано натуральное число из интервала от 1 до 32. Имеются несколько высказываний о задуманном числе.

A={Задумано четное число}

B={Задумано однозначное число}

C={Задуманное число – простое}

D={Это число 13}

E={Это не 7}

F={В числе есть цифра 1}

G={Это число кратно 3}

H={В этом числе 2 одинаковые цифры}

Сколько бит информации о задуманном числе несет каждое из приведенных ниже логических выражений, будучи истинным? Здесь AND означает конъюнкцию, OR – дизъюнкцию, NOT – отрицание.

1) NOT E

2) B AND E AND NOT D

3) C AND B

4) H AND (NOT A OR A)

5) C AND NOT F AND E AND NOT G

6) B OR C

II этап: программное и аппаратное обеспечение компьютера, компьютерное моделирование

4. Имеется таблица с данными о сотрудниках фирмы: ФИО, разряд, количество отработанных часов за каждый день недели. Требуется рассчитать недельную зарплату каждого сотрудника. Зарплата рассчитывается так: ставка за час (предположим, 200 р.) умножается на коэффициент, соответствующий разряду работника, и на количество отработанных часов. При этом если количество отработанных сотрудником за неделю часов превы-

А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И	Ј	К	Л
1											
2				ФИО	Разр.	ПН	ВТ	СР	ЧТ	ПТ	Заработная плата
3	1	1		Ананасова А.А.	3	6	6	6			
4	2	1,2		Бананский Б.Б.	6	12			12		
5	3	1,5		Вишнев В.В.	5	4	5	3	8	2	
6	4	1,8		Грушин Г.Г.	3		4	4			
7	5	2,2		Дынченко Д.Д.	6	5	11	6	8	7	
8	6	2,6		Едрёнов Е.Е.	6			1			
9				Жожоба Ж.Ж.	2	8	8	8	8	8	
10				Земляникина З.З.	3	8				8	
11		200,00р.		Инжирян И.И.	3		4		6	6	
12				Капустин К.К.	4		2	2	6	6	
13				Лимонная Л.Л.	4	8	8	8	8	4	
14	36	1,25		Малинин М.М.	3	8	8	8	8	8	

шает норму (сейчас это 36 часов), то все сверхурочные часы оплачиваются на 25% выше. Требуется поместить в ячейку L3 (см. табл.) формулу, которая затем при автозаполнении на ячейки L4:K14 даст верные значения заработной платы. Выберите верную формулу.

- 1) $= (\text{СУММ}(\text{F3:K3}) + \text{МАКС}(0; \text{СУММ}(\text{F3:K3}) - \$\text{B}\$14)) * (\$C\$14 - 1) * \text{ПРОСМОТР}(\text{F3}; \$\text{B}\$3: \$\text{B}\$8; \$C\$3: \$C\$8) * \$C\$11$
- 2) $= \text{ВПР}(\text{F3}; \$\text{B}\$3: \$C\$8; 2) * \$C\$11 * (\text{СУММ}(\text{G3:K3}) + (\$C\$14 - 1) * \text{ЕСЛИ}(\text{СУММ}(\text{G3:K3}) > \$\text{B}\$14; \text{СУММ}(\text{G3:K3}) - \$\text{B}\$14; 0))$
- 3) $= \text{ПРОСМОТР}(\text{F3}; \$\text{B}\$3: \$\text{B}\$8; \$C\$3: \$C\$8) * \$C\$11 * (\text{СУММ}(\text{G3:K3}) + \$C\$14 * \text{ЕСЛИ}(\text{СУММ}(\text{G3:K3}) > \$\text{B}\$14; \text{СУММ}(\text{G3:K3}) - \$\text{B}\$14; 0))$
- 4) $= (\text{МАКС}(0; \text{СУММ}(\text{G3:K3}) - \$\text{B}\$14)) * (\$C\$14 + \text{СУММ}(\text{G3:K3})) * \text{ВПР}(\text{F3}; \$\text{B}\$3: \$C\$8; 2) * \$C\$11$
- 5) $= \$C\$11 * \$C\$14 * (\text{МАКС}(0; \text{СУММ}(\text{G3:K3}) - \$\text{B}\$14) + \text{СУММ}(\text{G3:K3})) * \text{ВПР}(\text{F3}; \$\text{B}\$3: \$C\$8; 2)$

5. Умеете пользоваться поисковыми серверами? Тогда вы без труда назовете важнейший термин структурного программирования, впервые примененный дочерью автора строк, написанных под вязом на кладбище в Гарроу.

6. Вы знакомы с игрой в даты? В качестве начальной даты берется любая случайная дата этого года. Двое игроков ходят по очереди. За один ход можно увеличить одну из составных частей даты – либо день, либо месяц, но так, чтобы новая дата была корректной (например, 17 июля можно превратить в 18, 19, ..., 31 июля или же в 17 августа, сентября, ..., декабря). Победит тот, кто первым назовет 31 декабря. Итак, выпала дата 14 февраля, Валентинов день. Ваш ход. Как вам следует походить, чтобы при любых ходах противника вы победили?

III этап: алгоритмизация и программирование

7. Во времена, когда дети не сидели за компьютерами, а общались и играли друг с другом «вживую», была игра на внимание «Таблицу знаю». Несколько человек встают в кружок, выбирают цифру-ключ и начинают по кругу считать – называть последовательные натуральные числа. При этом если очередное число делится на цифру-ключ или содержит ее, оно пропускается. К примеру, если ключом выбрана цифра 3, счет будет таким: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 16... Тот, кто ошибся – выбывает из игры. Итак, играют Артем, Боря, Вера, Гриша, Даша, Егор и Жанна. Ключ – число 4. Кто из ребят назовет число 777, при условии, что по ходу игры никто до этого не ошибется?

8. Вам знаком алгоритм сортировки массива «пузырьком»? Идея там такая: сравнивают пары соседних элементов массива,

и если они стоят не по порядку, меняют их местами. Делают так до тех пор, пока все элементы не окажутся упорядоченными, т.е. пока при очередном проходе по массиву не выполнится ни одна перестановка. В алгоритме присутствует такое действие:

Если $A[i] > A[i+1]$ То поменять местами $A[i]$ и $A[i+1]$
Всё

(A – сортируемый по возрастанию массив).

Некий любознательный школяр слегка изменил операцию сравнения, и она стала выглядеть так:

Если $(A[i]+i) > (A[i+1]+i+1)$ То поменять местами $A[i]$ и $A[i+1]$ Всё

Каким станет после такой сортировки массив из 8 элементов со значениями 3, 2, 8, 7, 5, 4, 9, 1?

9. Двумерный массив из 67 строк и 67 столбцов заполняется натуральными числами по спирали, начиная с правого верхнего угла против часовой стрелки: сначала влево по верхней (0-й) строке записываются числа 1, 2, ..., затем вниз по левому (0-му) столбцу, потом вправо по нижней (66-й) строке, потом вверх по последнему (66-му) столбцу и т.д. В какой ячейке массива окажется число 1703?

10. Делфтский яблокоед (см. Задания Политехнической олимпиады 2010–2014 годов) – виртуально-мифический персонаж, живет в стеллажах-массивах (то одномерных, то двумерных), питается, естественно, яблоками. В прошлом году ДЯ, помнится, воображал себя машиной Тьюринга. Ему не понравилось – сложно! – поэтому в этом году он решил побыть машиной Поста. ДЯ расположился в бесконечном горизонтальном стеллаже с ячейками, пронумерованными слева направо целыми числами. Система команд у него была такая:

$V\ j$ – положить в ячейку яблоко, перейти к j -й строке программы (этой командой ДЯ решил не пользоваться).

$X\ j$ – убрать из ячейки яблоко, перейти к j -й строке программы (« A эта команда мне нравится!» – подумал ДЯ, облизываясь).

$\leftarrow\ j$ – переползти в ячейку, которая левее, перейти к j -й строке программы.

$\rightarrow\ j$ – переползти в ячейку, которая правее, перейти к j -й строке программы.

? $j_1; j_2$ – если в текущей ячейке нет яблока, то перейти к j_1 -й строке программы, иначе перейти к j_2 -й строке программы.

! – конец программы (стоп).

A дальше яблокоед расположился в ячейке номер 3 и для начала выполнил простенькую программу, которую сам для себя сочинил. Вот такую:

0. ? 1;2
1. ← 3
2. ← 4
3. ? 5;2
4. ? 1;5
5. !

Остановился яблокoед в ячейке номер –5. Известно, что в ячейке номер 1 яблока не было. В каких ячейках на пути ДЯ были яблоки? Введите в качестве ответа сумму их номеров.

Заключительный тур

9–10 классы

1. Вера Соломоновна Ёксель, демонстрируя внуку возможности электронных таблиц, поставила в ячейку А1 число 1. Затем в В1 она ввела формулу = $\$A\$1+A1$ и растянула ее до J1. Потом точно такую же формулу она ввела в А2 и растянула до А10. После этого Вера Соломоновна ввела формулу = $B\$1*\$A2$ в ячейку В2 и растиражировала ее сначала до J2, а затем до J10. И, наконец, в К1 была введена формула = $СЧЁТЕСЛИ(A1:J1; \leftarrow = \dots \rightarrow)$. Какое число стояло в формуле на месте многоточия, если после тиражирования формулы до К10 ячейки столбца К оказались заполнены так: 0, 0, 0, 0, 1, 2, 4, 4, 5, 6?

2. Укажите наименьшее натуральное число, которое в шестнадцатеричной системе счисления записывается несколькими одинаковыми цифрами, а в восьмеричной системе счисления – тоже несколькими одинаковыми цифрами, но другими. Ответ укажите в десятичной системе счисления.

3. В некой шпионской сети сообщения шифруются по следующему алгоритму.

– Берется слово-ключ из не более чем 9 неповторяющихся букв.

– Буквы ключа упорядочиваются по алфавиту.

– Выстраиваются коды букв алфавита. Это происходит так: буквы до первой по алфавиту буквы ключа (если такие есть) обозначаются 01, 02 и т.п. Первая буква ключа обозначается 10, следующие за ней буквы до второй – 11, 12 и т.п. Вторая буква упорядоченного ключа обозначается как 20 и т.д. Ключ подбирается так, чтобы коды всех букв были двузначными.

– Кодировается нужный текст.

Известно, что на этой неделе кодом является название одной из станций питерского метро и что слово КОМПЬЮТЕРИЗА-

ЦИА кодируется сейчас как 36
51 41 52 70 72 55 30 53 34 33 10
63 34 80.

Найдите слово-ключ.

4. В текстовом редакторе MS Word Гарри Поттер написал: «Количество неверных высказываний в этом тексте равно номеру этой строки!» Потом он скопировал эту строку 100500 раз. Затем превратил все эти 100500 строк в нумерованный список (нумерацию он, естественно, начал с 1). И, наконец, выделил красным цветом единственную верную строку. Какую? Укажите ее номер.

5. Делфтский яблокоед сидит в ячейке стеллажа. Он доволен: на каждой полке стеллажа – яблоки. Яблокоед знает, что яблокоедовед профессор Степанов раскладывал яблоки по стеллажу (который он считал двумерным массивом Y из 25 строк и 25 столбцов, нумеруемых с 1 начиная сверху слева) по приведенно-

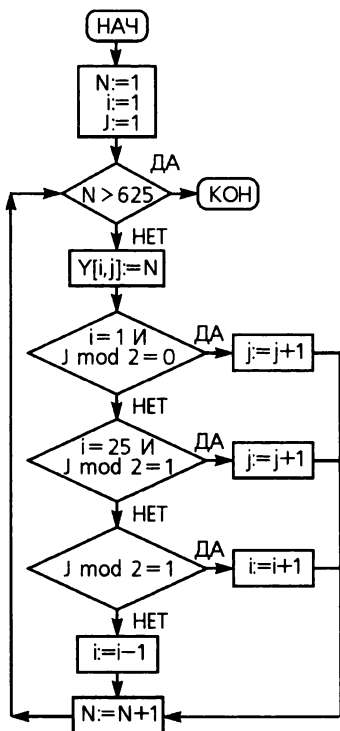


Рис. 13

му на рисунке 13 алгоритму. Каким может быть максимальное количество яблок, съеденное сегодня яблокоедом, если он съест все яблоки в своей ячейке [6,7], а потом еще переползет в какую-нибудь соседнюю (по вертикали или горизонтали) и съест все яблоки там?

6. Вот описанная на псевдокоде функция Test:

Алг Цел Test (Цел N)

НАЧ

Test := 0

Пока N>0 НЦ

Если N mod 2 ≠ (N div 2) mod 2 То

Test := Test + 1

Всё

N := N div 2

КЦ

КОН

(div – целочисленное деление,
mod – остаток от деления)

Была разработана программа, выводящая на экран значения функции Test для всех целых N из интервала от 2000 до 2999 включительно. Каким будет наибольшее из выведенных программой чисел?

11 класс

1. См. задачу 1 для 9–10 классов.

2. Для кодирования показаний прибора, ежеминутно фиксирующего состояние облачности над парком Политехнического университета, решено было использовать однозначно декодируемый неравномерный код. Коды разных состояний неба могут состоять из разного количества битов, они записываются в память последовательно. Известно, что вероятность того, что над Политехом сплошная облачность, составляет $1/2$. Вероятность кучевых облаков равна $1/4$, слоистых – $1/8$, перистых облаков и ясного неба – по $1/16$. Ежедневно в полночь данные выгружаются, память очищается. Определите средний размер (в битах) файла с суточными наблюдениями при оптимальном кодировании.

3. См. задачу 3 для 9–10 классов.

4. Сколько существует различных наборов входных значений J, K, L, M, N таких, что на выходе функциональной схемы (рис.14) получается 1?

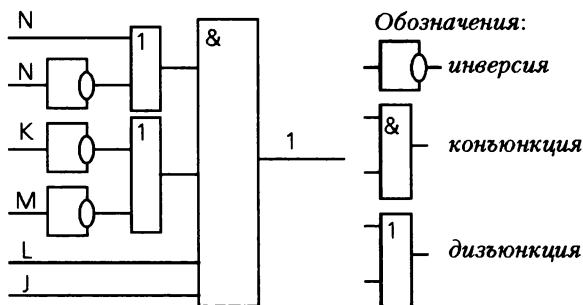


Рис. 14

5. См. задачу 5 для 9–10 классов.

6. См. задачу 6 для 9–10 классов.

Публикацию по математике подготовили А.Басов, И.Комарчев, А.Моисеев, С.Преображенский; по физике – Т.Андреева, М.Коробков, С.Старовойтов; по информатике – Н.Иванова, Е.Крылова, А.Щукин

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

Вступительный экзамен

МАТЕМАТИКА

- 1.** 14. **2.** 50. **3.** $3b$. **4.** $4/5$. **5.** 50 мин. **6.** 2 м/с^2 . **7.** $\{1/4; 1\}$.
8. $\{(2; 1)\}$. **9.** $(1; 2]$. **10.** 5. **11.** $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. **12.** 343. **13.** 12. **14.** $\{2\}$.
15. $(-\infty; 1)$. **16.** $\{-2/3; 2\}$. **17.** -1 . **18.** 72. **19.** 2. **20.** 3.

МАТЕМАТИКА

Заключительный тур

1. 169. 2. 8. 3. -7. 4. $(1/3; 1,2)$. 5. $(0; 2) \cup (2; 18)$. 6. $(\pm 2; -4)$, $(-4; \pm 2)$. 7. $2\pi k$. 8. 108. 9. 120. 10. 2.

ФИЗИКА

Отборочный тур

9-10 классы

$$1. v_3 = \frac{7 \cdot 10 \langle v \rangle \cdot v_1}{8 \cdot 9v_1 - 10 \langle v \rangle} = 36 \text{ км/ч.}$$

$$2. a = \frac{2\rho_0 - \rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = 14,8 \text{ м/с}^2. \quad 3. Q = 4387 \text{ кДж.}$$

$$4. U = \frac{\Delta\varphi R_1}{R_1 + R_2} = 0,56 \text{ В.} \quad 5. q_1 = 5,29q_2 = 21,16 \text{ нКл.}$$

$$6. M = \frac{k}{g} (\Delta l_1 + \Delta l_2) = 58,5 \text{ г.}$$

$$7. f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_x}{x_m}} = 415 \text{ Гц.} \quad 8. d = H \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \varphi}} = 84 \text{ мм.}$$

$$9. \lambda = \frac{2h}{\eta^2 m_e c} = 5,37 \text{ нм.}$$

11 класс

$$1. \frac{a_2}{a_1} = \frac{2\Delta v_1 \Delta v_2 + \Delta v_2^2}{\Delta v_1^2} = 2,8.$$

$$2. v_A = \sqrt{2g\Delta h \frac{2m_A - m_B}{3(m_A + 0,25m_B)}} = 158 \text{ см/с.}$$

$$3. \varphi = \frac{V_1\varphi_1 + V_2\varphi_2}{V_1 + V_2} = 62\%.$$

$$4. A = 12 \frac{kq^2}{l} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} \right) = 749 \text{ мкДж.}$$

$$5. E = \frac{4I}{\pi d^2} \frac{\rho_1 t_2 - \rho_2 t_1 + (\rho_2 - \rho_1) t_3}{t_2 - t_1} = 128 \text{ В/м.}$$

$$6. \Delta\varphi = \frac{\pi r^2}{2} \frac{\rho_{\text{Mo}} - \rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Mo}} + \rho_{\text{Cu}}} \frac{\Delta B}{\Delta t} = 7 \text{ мкВ}.$$

7. $s = \frac{1}{D_1 - D_2 + 1/d_0} = 10 \text{ см}$, где $d_0 = 25 \text{ см}$ – расстояние наилучшего видения для нормального зрения человека.

$$8. f = \frac{v}{2\left(\sqrt{L^2 + (d/2 + x)^2} - \sqrt{L^2 + (d/2 - x)^2}\right)} = 292 \text{ Гц}.$$

$$9. m = \frac{P}{p} \cdot 2^{\frac{t}{T}} = 131 \text{ кг}.$$

Заключительный тур

9–10 классы

$$1. L_{\text{max}} = L + v_0 \sqrt{\frac{2m}{k}}. \quad 2. f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu g}{A} \frac{M + m}{m}}.$$

$$3. \Delta m = \frac{3}{10} m. \quad 4. \frac{|F_{\text{до}}|}{|F_{\text{после}}|} = \frac{|q_1 q_2|}{R_1 R_2} \left(\frac{R_1 + R_2}{q_1 + q_2} \right)^2 = 2.$$

$$5. P_1 = \frac{9}{16} P = 5,625 \text{ Вт}. \quad 6. \Delta x = \left| 1 - \frac{1}{\Gamma_1 \Gamma_2} \right| \Delta l = 5 \Delta l.$$

11 класс

$$1. v_{1m} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{2k}{3m}}, \quad v_{2m} = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{k}{6m}}. \quad 2. H = \frac{gT^2}{8\pi^2} \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_0}.$$

$$3. A_{34} = A_{12} \frac{3\nu RT}{3\nu RT + 2A_{23}}.$$

$$4. \frac{|F_{\text{до}}|}{|F_{\text{после}}|} = \frac{|q_1 q_2|}{R_1 R_2} \left(\frac{R_1 + R_2}{q_1 + q_2} \right)^2 = 2. \quad 5. \frac{|B_I|}{|B_{II}|} = \frac{8}{5}.$$

6. Увеличение не изменится, но изображение станет мнимым и прямым.

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

9–10 классы

1. Примерно на 1270. 2. 3.

3. В понедельник, вторник и субботу – Пиксель, в среду и воскресенье – Ёксель, в четверг и пятницу – никто.

4. 29. 5. NA_STO.EGE. 6. 13.
7. 138. 8. 10. 9. 973.

11 класс

1. Елпидифор. 2. 10.
3. 1) 5; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 3; 6) 1. 4. 2). 5. Цикл.
6. 21.02. 7. Даша. 8. 32154879.
9. Строка 7, столбец 37. 10. -9.

Заключительный тур

9–10 классы

1. 49. 2. 4095. 3. УДЕЛЬНАЯ.
4. 100499. 5. 351. 6. 11 (его дает число 2730).

11 класс

2. 337,5 байт. 4. 6.