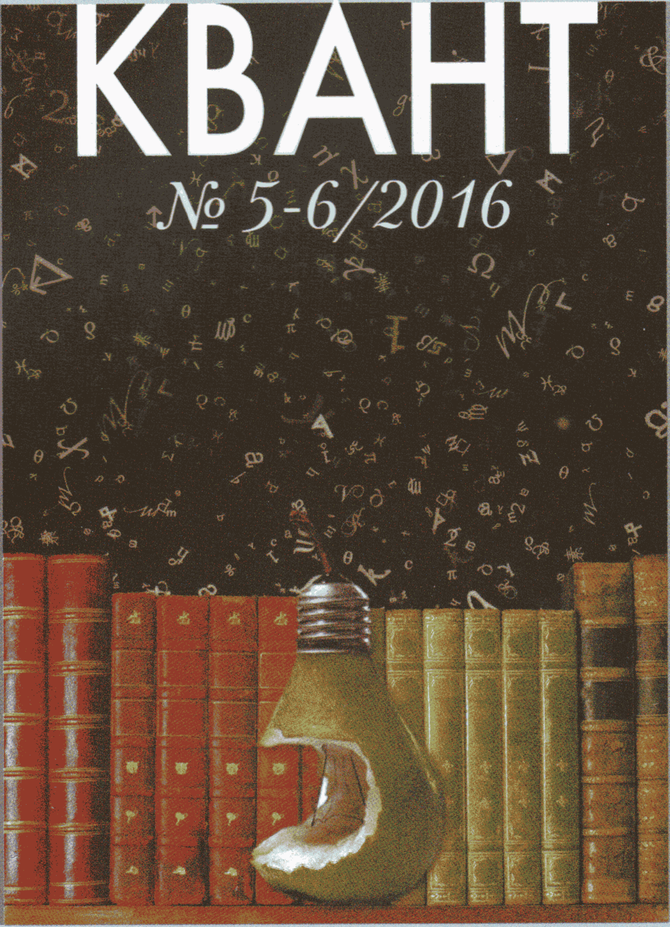
Приложение к журналу

КВАНТ

№ 5-6/2016



Экзаменационные материалы 2016 года

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Политехническая олимпиада школьников

В 2015/16 учебном году в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете Петра Великого проводилась Политехническая олимпиада школьников по математике, физике и информатике. Олимпиада состояла из двух туров. Отборочный тур был проведен в виде двух интернет-сессий. В каждой сессии участники имели одну попытку продолжительностью 180 минут.

Школьники, преодолевшие отборочный рубеж, участвовали в решающем очном туре. На решение задач заключительного тура было отведено 180 мин.

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

1 этап

1. Найдите сумму корней уравнения

$$\sqrt{3x^2+x-2}-\sqrt{x+1}=\sqrt{3x^2-6x-9}.$$

2. Найдите наибольшее значение выражения $y - 2x$, где $(x; y)$ – решение системы

$$\begin{cases}|x+2y|+|y-2x|=7,\\ x^2+y^2=5.\end{cases}$$

3. Решите неравенство $\left(x^2-6x+8\right)\sqrt{x^2-9x+18}\le 0$. В ответе укажите сумму наименьшего и наибольшего положительных решений.

4. Найдите такое натуральное число n, что числа $n + 7$ и $n + 51$ являются квадратами натуральных чисел.

5. Класс выбирает старосту. Выдвинуты 3 кандидата. Каждый школьник в бюллетене для тайного голосования отмечает одного кандидата. Сколькими способами могут распределиться голоса, если в классе 28 школьников?

6. Из двух городов навстречу друг другу отправились поезда. Пройдя треть пути, первый поезд остановился на 45 мин. Возобновив движение, он через 6 мин встретил второй поезд. Поезда прибыли в пункты назначения одновременно. Сколько минут был в пути второй поезд?

7. Команды A и B набрали в сумме 20 очков, B и C – 12 очков, а сумма очков, набранных командами A и C, равна $30 - 2s$, где s – число очков, набранное командой D. Сколько очков в сумме набрали команды A и D?

8. Пусть S_n – сумма первых n членов арифметической прогрессии. Известно, что $S_3 = 81$ и $S_m = 9m^2$ при некотором натуральном значении $m > 3$. Найдите сумму первых девяти членов прогрессии.

9. В геометрической прогрессии сумма первых трех членов в 5 раз меньше суммы их квадратов. Найдите разность между суммой первого и третьего членов прогрессии и вторым членом прогрессии.

10. Найдите сумму всех значений параметра a, при которых уравнение $\log_2(x+1) + a = (4-2a)\log_{x+1} 2$ имеет единственное решение.

2 этап

1. Найдите центр симметрии графика функции

$$y = \frac{x^2 - 5x + 3}{x - 1}.$$

В ответе укажите сумму координат этой точки.

2. Пусть $[z]$ – целая часть числа z (наибольшее целое число, не превосходящее z). Найдите сумму значений a, для которых уравнение $2 - \frac{ax}{5\pi} = [\sin x]$ имеет ровно три различных корня на промежутке $[0; 8\pi]$.

3. Найдите количество решений неравенства $|\sin 3x - \sin 9x| + \sin 3x \cdot \sin 9x \le 0$ на промежутке $[0; \pi]$.

4. Радиусы описанной и вписанной окружностей равнобедренного треугольника равны 32 и 7 соответственно. Найдите наибольшее возможное значение высоты этого треугольника.

5. Найдите $4\,\mathrm{tg}\,4\alpha$, если $\mathrm{ctg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\alpha = 6$.

6. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ неколлинеарны. Найдите сумму чисел x и y, если известно, что вектор $\vec{c} = (2x - 2y)\vec{a} + (y + 2)\vec{b}$ равен удвоенному вектору $\vec{d} = (x - 2)\vec{a} + (x - y)\vec{b}$.

7. В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ боковое ребро AA_1 равно 3, а сторона основания AB равна 2. Найдите объем пирамиды DBA_1C_1.

8. Найдите целое число – решение уравнения

$$2\operatorname{arctg}\frac{x}{3}=\frac{\pi}{2}-\arcsin\frac{5}{13}.$$

9. Сколько точек $(x;\ y)$ с целочисленными координатами содержится в множестве, заданном системой неравенств

$$\begin{cases} y\le 2, \\ x+y\ge 2, \\ x-y\le 2? \end{cases}$$

10. Найдите сумму корней уравнения

$$x\operatorname{arctg}x=(3-2x)\operatorname{arctg}(3-2x).$$

Заключительный тур

1. Дмитрию вдвое больше лет, чем Григорию было тогда, когда Дмитрию было столько лет, сколько Григорию теперь. Когда Григорию станет столько лет, сколько Дмитрию теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 72 годам. Сколько лет Дмитрию?

2. В тесте есть 10 сложных и 20 простых задач. Для решения каждой сложной задачи требуется 40 мин, а для простой – 10 мин. За решение сложной задачи начисляется 3 балла, простой – 1 балл. Абитуриент решал задачи не более 190 мин и решил не более 10 задач. Какое максимальное число очков он мог получить?

3. Найдите рациональное число – значение выражения

$$4\sin^6\frac{\pi}{16}+4\sin^6\frac{9\pi}{16}-\frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

4. Решите уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{\lg(10x)-\sqrt{\lg x}}}-\sqrt{\lg x}=2.$$

5. Найдите наименьшее значение функции

$$y=\sin 2x+2(\sin x+\cos x).$$

6. Отношение суммы n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$ к сумме величин, им обратных, равно $1/5$. Найдите произведение b_1b_n.

7. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = \sqrt{|y|} - \sqrt{|x|}, \\ x^2 - 3xy = 16. \end{cases}$$

8. На сторонах BC, CA, AB правильного треугольника ABC со стороной 9 взяты точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Известно, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 4$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника, образованного прямыми AA_1, BB_1, CC_1.

9. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = AD = 4$, $CB = CD = 3$, а стороны AB и BC взаимно перпендикулярны. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом $45°$. Найдите объем V пирамиды, зная, что $V > 12$.

10. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 10x^2 + 9 = a\left(x^2 - 4x + 3\right)$ имеет ровно три различных решения?

ФИЗИКА

Отборочный тур

9—10 классы

1. Мистер и миссис Бобер решили к коронации подлатать плотину бобров, стоящую на Великой реке, что протекает по Нарнии. Бревна для ремонта пришлось брать в самой западной части рощи Фонарного столба выше по течению на расстоянии $L = 8$ км от запруды. Бобры заметили, что в рощу они плывут $t_1 = 4{,}1$ ч, а обратно быстрее – $t_2 = 2{,}4$ ч. Сколько времени будет плыть бревно от рощи до плотины? (10 баллов)

2. Вася Петров и Петя Васечкин изобретали Универсальный ускоритель брусков. Для этого они положили брусок на край доски длиною $L = 0{,}9$ м. Если поднимать этот конец доски, то при угле наклона $\alpha = 29°$ брусок начинает двигаться. Какую скорость приобретет брусок, соскользнув с доски, если она будет составлять угол $\beta = 54°$ с горизонтом? (10 баллов)

3. За 10 млн лет эволюции звезды PO281115 системы Хорус ее масса уменьшилась в $N_m = 1{,}3$ раза, а ускорение свободного падения на ее поверхности увеличилось в $N_g = 1{,}2$ раза. Во сколько раз увеличилась средняя плотность вещества родной звезды ромуландцев? (10 баллов)

4. В научной лаборатории звездолета Пегас профессор Селезнев и Алиса готовят газовую смесь для микроорганизмов, найденных на второй планете в системе Медузы. Известно, что микроорганизмы будут чувствовать себя комфортно, если для приготовления смеси взять $n_{He} = 66\%$ (по массе смеси) гелия, $n_{N_2} = 14\%$ азота и углекислый газ. Найдите молярную массу приготовляемой профессором смеси. (10 баллов)

5. Новогодняя елка в парке украшена игрушками. Прилетел воробей и сел на одну из игрушек, из-за чего ветка стала совершать малые колебания. Воробей испугался и улетел, а частота колебаний ветки увеличилась на x = 0,8%. Увы, но игрушка, на которой посидел воробей, отвязалась и упала на землю, а частота колебаний ветки после этого снова возросла – на y = 1,9%. Чему равна масса игрушки, если масса воробья M = 24 г? (10 баллов)

6. К Рождеству мужчины 26-го экипажа Международной космической станции решили приготовить Катерине Коулман, единственной женщине на корабле, подарок. На МКС нашлось только 4 бусинки, которые космонавты привязали на нитку на одинаковом расстоянии друг от друга так, что получилось ожерелье. За время изготовления ожерелья бусинки наэлектризовались, приобретя одинаковые по знаку заряды q, Nq, q, Nq. В результате висящее в невесомости ожерелье приняло форму ромба. Найдите отношение диагоналей этого ромба (большей к меньшей). (10 баллов)

7. Чтобы сэкономить, Кощей Бессмертный решил заменить в своем замке все лампы накаливания на светодиодные. Он насчитал в замке $N_1 = 36$ ламп мощностью $P_1 = 40$ Вт и $N_2 = 59$ ламп мощностью P_2 = 60 Вт. Аналогичные светодиодные лампы потребляют P_1' = 5 Вт и P_2' = 8 Вт соответственно, но стоят C = 190 руб. каждая. За сколько дней окупится покупка, если лампы горят в среднем $t = 6$ ч в день, а Змей Горыныч поставляет Кощею электроэнергию по $c_э = 4{,}49$ руб. за кВт · ч ? (10 баллов)

8. Ныряя в Москве-реке, Волька Костыльков обнаружил на дне прозрачный клин из неизвестного материала, возможно инопланетного происхождения. Посветив на него под водой лазерной указкой, направленной перпендикулярно боковой грани, Волька заметил, что луч отклонился на угол $\beta = 23°$ от своего первоначального направления. Вытащив клин из воды, Волька повторил свой опыт уже на воздухе. Оказалось, что отклонение луча опять равно $\beta = 23°$. Чему равен показатель преломления материала клина? Показатель преломления воды принять равным $n_в = 1{,}33$, показатель преломления воздуха – $n_{возд} = 1{,}00$. (10 баллов)

11 класс

1. Диаметр колеса велосипеда (рис.1) D = 51 см, радиус ведущей (большой) «звездочки» r_2 = 15 см, ведомой (малой) r_1 = 4 см. Велосипедист крутит педали с частотой f = 31 об/мин. С какой скоростью движется относительно поверхности дороги нижняя (горизонтальная) часть велосипедной цепи? (10 баллов).

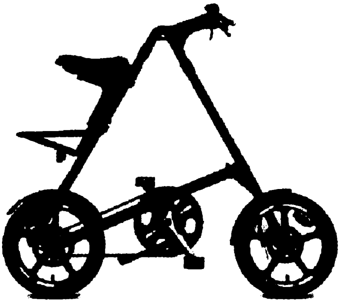


Рис. 1

2. Автоматический спутник боевого охранения Имперского Космофлота имеет на вооружении пушку Гаусса, стреляющую урановыми снарядами. При обнаружении корабля противника спутник должен выпустить в него один за другим *три* снаряда, каждый массой m = 40 кг. Масса спутника (без снарядов) M = 640 кг, снаряды после выстрела приобретают скорость v = 741 м/с *относительно* спутника. С какой скоростью будет лететь спутник, полностью израсходовав боезапас? (10 баллов).

3. Два бобра хотят попасть из точки A на одном берегу реки в прямо противоположную точку B на другом берегу. Первый бобер решил переплыть реку по прямой AB. Второй бобер стал плыть перпендикулярно течению, а расстояние, на которое его снесла река, прошел пешком по берегу. Несмотря на различные маршруты, оба бобра достигли точки встречи одновременно. Скорость каждого бобра в стоячей воде v = 2,1 м/с, скорость течения реки u = 1,3 м/с. С какой скоростью шел второй бобер по берегу? (10 баллов)

4. Два спутника летают по круговым орбитам, лежащим в одной общей плоскости, вокруг планеты G5-623 с орбитальными скоростями v_1 = 5,8 км/с и v_2 = 8,4 км/с, периодически сближаясь на минимальное расстояние h = 990 км. Радиус планеты R = 2,9 тыс.км. Найдите ускорение свободного падения на поверхности планеты G5-623. (10 баллов)

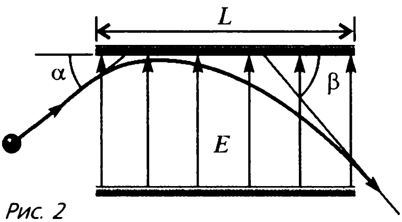


Рис. 2

5. Электрон влетает в плоский конденсатор длиной L = 4,5 см под углом α = 34°

к обкладкам, а вылетает под углом $\beta = 17°$ (рис.2). Напряженность электрического поля внутри конденсатора $E = 8{,}5$ кВ/м. Определите первоначальную (до попадания в конденсатор) энергию электрона. (10 баллов).

6. Однородное проволочное кольцо включено последовательно в электрическую цепь, в которой течет постоянный ток. Контакты делят длину кольца в отношении $n/m = 1/11$. В кольце при протекании тока выделяется тепловая мощность $P_1 = 45$ Вт. Какая мощность будет выделяться в кольце (при таком же токе во внешней цепи), если контакты расположить на нем в диаметрально противоположных точках? (10 баллов)

7. Длинная медная лента движется с постоянной скоростью в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}66$ Тл. Векторы скорости и магнитной индукции лежат в плоскости ленты и взаимно перпендикулярны (рис.3). На плоскостях ленты при ее движении возникает поверхностный электрический заряд, причем на каждый квадратный сантиметр отрицательно заряженной поверхности приходится $\Delta N/\Delta S = 8800$ дополнительных электронов. Найдите скорость движения ленты. (10 баллов)

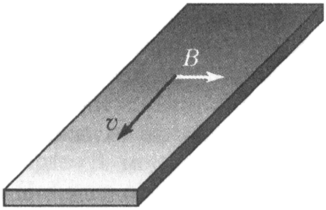


Рис. 3

8. В воздухе длина волны монохроматического света равна $\lambda_1 = 650$ нм. При переходе в некоторую прозрачную жидкость длина волны света становится равной $\lambda_2 = 443$ нм. Отраженный и преломленный лучи образуют между собой угол $\varphi = 95°$. Под каким углом падает луч света на плоскую границу раздела жидкость–воздух? (10 баллов)

Заключительный тур

9–10 классы

1. Турист Николай Петрович опоздал на $\Delta t = 5$ мин к отплытию своего теплохода, отправившегося вниз по реке. На счастье, хозяин быстроходного катера согласился помочь Николаю Петровичу. Догнав теплоход и высадив незадачливого туриста, катер тут же отправился в обратный путь. Сколько времени прошло с момента отплытия катера до его возвращения? Считайте, что скорость теплохода относительно воды в $k = 3$ раза больше скорости течения реки, а скорость катера больше в $n = 5$ раз. (10 баллов)

2. Чтобы повесить новогоднее украшение, Аня приставляет к гладкой стене лестницу так, что ее основание находится на максимально возможном расстоянии от стены. Коэффициент трения между лестницей и полом $\mu = 2/3$, масса Ани $M = 70$ кг, масса лестницы $m = 20$ кг. Длина лестницы L так же, как и высота потолка H, равна 5 м. Сможет ли Аня подняться по лестнице? Если да, то на какую высоту? (30 баллов)

3. Тонкостенный цилиндрический стакан, на $1/4$ наполненный кленовым сиропом, плавает в сосуде с водой, погрузившись до середины. Тот же стакан, но наполненный на $1/2$ водой, плавает в сосуде с сиропом, также погрузившись до середины. Какую часть стакана можно наполнить водой, чтобы он не утонул в воде? И какую часть стакана можно наполнить сиропом, чтобы он не утонул в сиропе? (15 баллов)

4. Для изготовления нагревателя высокотемпературной вакуумной печи взяли $m_{Pt} = 140$ г платиновой проволоки. В печь поместили $m_{Ag} = 400$ г серебра в легком тигле и нагрели от $t_1 = 20$ °C до $t_2 = 1000$ °C за $\tau = 8$ мин. Чтобы корпус печи не нагревался, он охлаждается протекающей внутри его стенок водой с расходом $F = 1{,}5$ л $\cdot$ мин$^{-1}$, температура воды на выходе на $\Delta t = 2$ °C больше, чем на входе. Печь питается от сети напряжением $U = 220$ В. Удельное сопротивление платины в работающем нагревателе $\rho = 6{,}90 \cdot 10^{-7}$ Ом $\cdot$ м, плотность платины $\rho_{Pt} = 21{,}2 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ м$^{-3}$, плотность воды $\rho_{H_2O} = 10^3$ кг $\cdot$ м$^{-3}$, удельная теплоемкость воды $c_{H_2O} = 4{,}19$ кДж $\cdot$ кг$^{-1} \cdot$ К$^{-1}$, удельная теплота плавления серебра $\lambda_{Ag} = 105$ кДж $\cdot$ кг$^{-1}$, удельная теплоемкость серебра $c_{Ag} = 236$ кДж $\cdot$ кг$^{-1} \cdot$ К$^{-1}$, температура плавления серебра $t_{Ag} = 961{,}8$ °C. Чему равна длина проволоки нагревателя? (20 баллов)

5. Три маленьких металлических шарика, один радиусом R и два радиусом $2R$, заряжены одинаковыми зарядами $+q$ и находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной, значительно превышающей радиусы самих шариков. Шарики соединили проволокой, а затем проволоку убрали. Найдите отношение сил, действующих на маленький шарик до и после соединения. (10 баллов)

6. Под потолком на высоте $H = 2$ м висит электрическая лампочка. Под ней расположили горизонтально очки с оптической силой $D = +2$ дптр так, что на полу получились четкие изображения лампы. Расстояние между центрами линз в очках $a = 60$ мм. Найдите расстояние между изображениями лампы на полу. (15 баллов)

11 класс

1. Мяч уронили без начальной скорости с высоты $H = 5$ м. При каждом ударе о горизонтальный пол мяч теряет 9 процентов имеющейся у него к этому моменту энергии. Какой путь пройдет мяч до полной остановки? Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах считать равным $g = 10$ м/с^2. (30 баллов)

2. Две гири с массами $m_1 = 180$ г и $m_2 = 120$ г висят на концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Первоначально гири находились на одном уровне. Гири отпустили, и они пришли в движение без начальной скорости. Каким будет расстояние по вертикали между гирями спустя $\Delta t = 1{,}5$ с после начала движения? Сопротивлением воздуха и трением в блоке можно пренебречь. (10 баллов)

3. В длинную тонкую трубку залили равные объемы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями, заполнив ее наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (рис.4). Угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца, равен α. Найдите плотность легкой жидкости, если плотность тяжелой известна и равна ρ_1. (20 баллов)

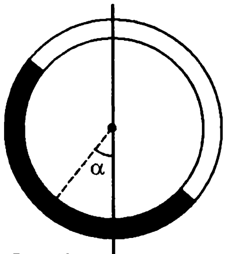


Рис. 4

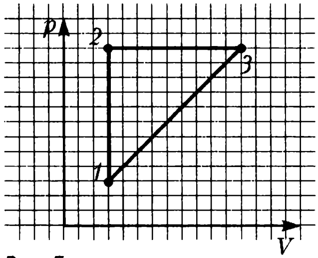


Рис. 5

4. Идеальный одноатомный газ является рабочим телом тепловой машины, работающей по термодинамическому циклу *1–2–3–1* (рис.5). Найдите коэффициент полезного действия этой тепловой машины, если известно, что максимальное и минимальное значения давления отличаются в $k = 4$ раза. (15 баллов)

5. Из восьми одинаковых отрезков однородной проволоки постоянного сечения спаяна четырехгранная правильная пирамида $ABCDF$ (рис.6). К ее вершинам A и B подключили

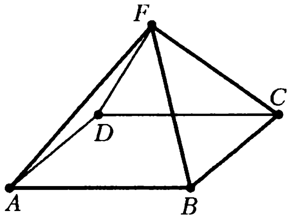


Рис. 6

источник постоянного напряжения. Найдите отношение тепловых мощностей, выделяющихся в ребрах AF и CF. (10 баллов)

6. На главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 50$ см на равных расстояниях $l = 120$ см слева и справа от нее расположены два точечных источника света. На какое расстояние надо сместить линзу, чтобы изображения источников совпали? (15 баллов)

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

9–10 классы

1. В открытой папке находятся файлы TRO.MP3, TROLO.MP3, TROLOLO.MP3 и т.п. Сколько файлов в папке, если по шаблону T*LO??*.MP3 найдены 14 файлов?

2. КУКУЩЫХЮФ МАХЮФЬЧЩЫЭЗЭ ВБХЮФЩЫЗЩЫ ФПЧХИЬЪМОПЩЫХЮФ, ЭЗЭОТОЬЪЫЙ ТАЭЗЭ ГЬЪОМЭЗЭО ВОПЩЫХЮФ, ЧТО ГХЮФОХХЮФЩЫ ВСПЧХИ ТЕТЭЗЭЩЫ, ЩЫ ДОХХЮФЩЫ СПЧХИХЮФЕДЭЗЭЩЫ, ЩЫ СЫПАХЮФАСЬ ПЫХЮФЬ СО СТЬЪОПЩЫХЮФ.

Нет, это не белиберда и не чепуха! Всего-то надо все ПЧХИ заменить на Е, потом все ХЮФ – на Л, далее все ЬЪ – на Р, после все ЭЗЭ – на К. А потом останется еще все ЩЫ заменить на И, а все КУКУ – на Ж. В качестве ответа укажите фамилию автора этого произведения.

3. Известно, что результат поразрядной операции AND над двумя байтами на 77 меньше, чем результат OR над ними. Найдите результат поразрядной операции XOR над этими байтами.

4. Ученые-яблокоедоведы построили математическую модель численности популяции яблокоедов.

Входные данные:

P – численность популяции;

N – длительность периода моделирования в годах;

U[i], i=1..N – булевские переменные, значение Истина означает, что i-й год был урожайным на яблоки.

Алгоритм расчета приведен на рисунке 7. Когда яблокоедове-

```
Ввод P, N
Для i От 1 До N НЦ
  Если U[i] То P := P * A Иначе P := P * B
Все
КЦ
Вывод P
```

Рис. 7

ды ввели в модель текущую численность популяции и выданные коллегами-яблоковедами прогнозы урожайности яблок на 6 ближайших лет, результатом оказалось число 7000 – столько яблокоедов будет через 6 лет по мнению математической модели. Какова текущая численность популяции яблокоедов, если известно, что A и B – натуральные числа и A>B?

5. В состав многих языков программирования входят подпрограммы для рисования геометрических фигур. Предположим, нам доступны такие подпрограммы:

- Цвет (название цвета) – выбор цвета, которым будет выполняться рисование.
- Заливка (X, Y) – заливка всей одноцветной области, начиная с точки с координатами (X, Y).
- Точка (X, Y) – изображение точки с заданными координатами.
- Окружность (X, Y, R) – изображение окружности с центром (X, Y) и радиусом R.

Сколько белых точек на черном фоне будет на экране после выполнения программы (изначально экран пустой и черный), приведенной на рисунке 8?

```
Цвет (белый)
Заливка (30, 30)
Цвет (черный)
Окружность (100, 100, 3)
Окружность (100, 100, 5)
Заливка (100, 104)
Цвет (белый)
Для X От 2 До 198 Шаг 2 НЦ
  Для Y От 2 До 198 Шаг 2 НЦ
    Точка(X,Y)
  КЦ
КЦ
```

Рис. 8

1. Село Бинарное расположено на двух берегах реки Линейной. В селе 64 дома. В одном из них живет Вася Пупкин. После визита Васи на дискотеку в райцентр Неймановка с ответным визитом в Бинарное прибыл представитель Неймановского отделения полиции сержант Шеннон. Адреса Васи он не знал, задавать слишком конкретные вопросы не хотел. Поэтому он обратился к нескольким местным жителям с вопросом: «Вася Пупкин на левом берегу живет?» Однако местные ни ДА ни НЕТ не говорили, а всячески выделывались перед представителем органов внутренних дел. Ответы аборигенов Бинарного были такие:

- Любой ответ на Ваш вопрос принесет Вам 1 бит информации.
- Ответ «Нет» на Ваш вопрос даст Вам 3 бита информации.
- Ответ «Да» на этот вопрос несет ровно один бит информации.
- Ответ на этот вопрос в среднем несет в себе примерно 0,337 бита.
- Получив ответ «Да», Вы получите ровно 2 бита информации.
- Вы получите один бит информации, если на этот вопрос Вам ответят «Нет».
- В ответе «Да» на Ваш вопрос будет содержаться примерно 0,193 бита.
- Если Вам повезет и Вам ответят «Нет» – Вы получите целых 5 бит информации.

Сержант Шеннон честно протоколировал ответы, но что-то они не добавляли ему информации о том, где живет дебошир Вася.

– Что, милок, завис? – спросила у Шеннона подошедшая баба Нюра. – Да не бери в голову – врут они в основном. Только двое правду сказали.

После этого сержант Шеннон легко определил количество домов на каждом берегу. Но, увы, это не уменьшило неопределенность по поводу адреса Васи. Так сколько домов в Бинарном на левом берегу?

2. Код, в котором одинаковым символам соответствуют одинаковые коды, несложно расшифровать с помощью частотного анализа: выявить, каких букв больше всего, и поставить им в соответствие самые частые буквы алфавита. Иное дело, если буквы не перекодировали, а просто переставили в соответствии с каким-либо правилом.

В одном суперсверхсекретном учреждении применили такой способ перемешивания. Строку дополняют пробелами так, чтобы ее длина была кратна натуральному числу N>=3. Все символы текста нумеруют (с 0). Выбирают натуральное M, не превышающее N−1. Далее формируют новый текст: сначала последовательно записывают все буквы, номера которых дают при делении на N остаток M, потом – M+1, M+2,..., N−1, 0, 1,... ..., M−1. К примеру, сообщение «ВЫХОДА_НЕТ.» после кодирования с N = 4, M = 2 превращается в «Х_.ОН_ВДЕЫАТ» (здесь пробелы заменены символами подчеркивания). Расшифруйте сообщение

ЕОООИПЛ_.З_НСВЕИК_АЗЧЬОР_В_ВПАИ_.ЕНАННКЛП_ШАС

Известно, что N и M равны, соответственно, последним двум цифрам года выпуска ЭВМ БЭСМ-1. Ответ – третье слово сообщения.

3. В программе, которую задали написать в Хогвартсе, используется связный неориентированный граф с N вершинами. Гарри Поттер использовал для представления графа матрицу смежности – двумерный булевский массив, в котором значение на пересечении i-й строки и j-го столбца означает наличие ребра, связывающего i-ю и j-ю вершины (кстати, булевская переменная в языке программирования H!!, применяемом в Хогвартсе, занимает 1 байт). Рон Уизли решил экономить память и предпочел другое представление – список ребер. Это двумерный байтовый массив из двух столбцов, где хранятся номера начальных и конечных вершин ребер (каждое ребро включается в список один раз, вершины в паре нумеруются в порядке возрастания). При таком способе объем занимаемой данными памяти обычно существенно меньше. Однако Гарри заявил, что даже в самом лучшем случае, при минимальном возможном количестве ребер, экономия памяти составит всего 362 байта – не стоит ради этого проигрывать в быстродействии программы. Сколько вершин в графе?

4. Делфтский яблокоед, как обычно, ползает по стеллажу (на этот раз стеллаж одномерный, из 60 ячеек с номерами от 1 до 60) и ест яблоки. За час он съедает все яблоки в ячейке и перемещается в следующую. В силу физиологических особенностей, внутри яблокоеда сохраняются яблоки, потребленные в течение последних 4 часов (т.е., например, покушав в ячейке 6, яблокоед несет в себе яблоки из ячеек 3 ,4, 5 и 6, а в ходе перемещения в 7-ю ячейку расстается с яблоками из 3-й). Если количество яблок в яблокоеде достигло или превысило P, яблокоед дальше не ползет, а засыпает.

Лаборант Никита положил в каждую ячейку количество яблок, равное числу младших делителей номера ячейки, отличных от 1 (в ячейках с простыми номерами яблок, естественно, нет). В каких из указанных ниже ячейках яблокоед ни при каком P не сможет заснуть? В качестве ответа введите соответствующие им буквы в алфавитном порядке без пробелов.

А) 8   Б) 13   В) 24   Г) 40   Д) 42   Е) 48   Ж) 56   З) 57

5. Вот описание математического фокуса.

- Задумайте трехзначное натуральное число и запишите его.
- Припишите к числу справа еще раз то же самое число.
- Полученное шестизначное число разделите нацело на A. Результат запишите.
- Полученное в п.3 число разделите нацело на B. Результат запишите.
- Число, полученное в п.4, разделите нацело на C. Результат запишите.
- Убедитесь, что у вас получилось именно то число, которое вы задумали.

Известно, что A,B и C – натуральные числа, причем A<B<C. Чему равно B? В качестве ответа введите число.

6. Известный кот-шулер Гатто Полосатто предлагал всем встречным сыграть в простую игру. Из пачки с кошачьим кормом (пачка у Гатто всегда с собой!) вытряхивается случайное количество хрустящих подушечек. Они выкладываются в ряд. А далее двое игроков по очереди съедают либо одну любую подушечку, либо две лежащие рядом (больше двух или лежащие не рядом – не ухватить). Побеждает тот, кто съедает последнюю подушечку. Побежденный выплачивает победителю 3 пачки корма.

Гатто, как владелец игрового инвентаря, всегда ходил первым. И всегда выигрывал! Так было, пока соперником Гатто не оказался Бейсик, виртуальный кот Академии информатики для школьников при Политехе. Проиграв 5 партий, Бейсик авторитетно заявил, что правила игры стоит пересмотреть. Он предложил Гатто сыграть турнир из нескольких партий по одному из предложенных вариантов правил:

1. Все, как раньше – но первым ходит Бейсик.
2. Все, как раньше – но за один ход можно брать только одну подушечку.
3. Все, как раньше – но после каждого хода подушечки сдвигаются так, чтобы между ними не было просветов.

– Va bene, – согласился Гатто. – Будем играть по…

… И тут Бейсик понял, что по одному из вариантов Гатто все же будет чаще выигрывать, чем проигрывать. Какой из вариантов выберет Гатто (укажите номер)?

Заключительный тур

9–10 классы

1. Вам предложили разработать программу, которая получает на вход натуральное число N, не превышающее 10^9, и выводит наименьшее натуральное число, произведение цифр которого равняется N, а если такого числа нет – выводится 0. Писать программу прямо сейчас не придется. Но если вы верно представили себе алгоритм – вы наверняка сможете подготовить тестовые значения.

1) Что выведет программа при N=100000000?

2) Найдите наименьшее N, не меньшее чем 125, для которого программа выведет 0.

2. Делфтский яблокоед перемещается по двумерному стеллажу, выполняя алгоритм, приведенный на рисунке 9, и используя

```
Пока ЯблокоедВнутриСтеллажа() НЦ
Записать (РасстояниеДоБлижайшейСтенки())
X:=ОчкиНаКубике()
Если X mod 2 = 0 То X:=-(X/2) Иначе X:=(X+1)/2
Y:=ОчкиНаКубике()
Если Y mod 2 = 0 То Y:=-(Y/2) Иначе Y:=(Y+1)/2
Переместиться (X,Y)
КЦ
```

Рис. 9

при этом 6-гранный кубик для игры в кости и листок с ручкой для записи чисел.

Процедура *Переместиться(X,Y)* прибавляет к текущим координатам яблокоеда X и Y соответственно (началом координат считаем левую верхнюю ячейку стеллажа, ось X вправо, ось Y вниз). Функция *РасстояниеДоБлижайшейСтенки()* работает в соответствии с названием: для крайних ячеек стеллажа она возвращает 0, для остальных – количество рядов ячеек между текущей ячейкой и ближайшей стенкой. Функция *Яблокоед ВнутриСтеллажа()* возвращает логическое значение в соответствии с названием, процедура *Записать()* записывает переданное в качестве параметра число в конец списка. Функция *ОчкиНаКубике()* возвращает целое число от 1 до 6.

Яблокоед начал движение с неизвестной ячейки. В ходе 5 первых итераций алгоритма на кубике выпадали числа 1, 2, 1, 5, 6, 2, 6, 6, 3, 6, а на листке были записаны числа 3, 3, 1, 2, 1. Определите минимальное возможное количество ячеек в стеллаже.

3. Формула из ячейки B2 растиражирована на все ячейки диапазона до K9, затем к этим ячейкам применено условное форматирование: нули нарисованы светло-серым по светлосерому, положительные значения − темно-серым по темно-серому (рис.10). Определите, какие числа написаны черным по черному в ячейках A2:A9. Ответ запишите в виде 8 чисел через запятую.

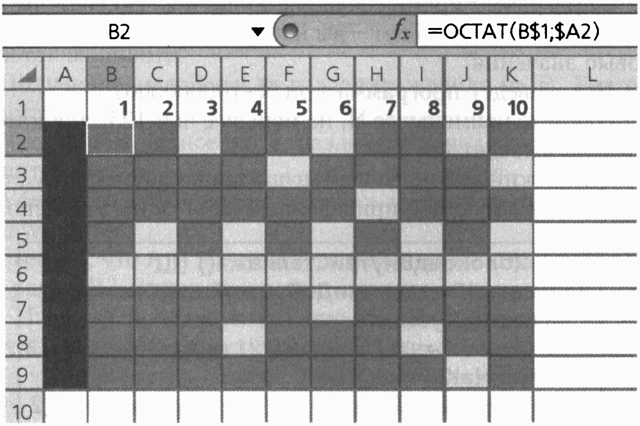


Рис. 10

4. Задумано натуральное число из интервала [33; 64]. Составьте из приведенных ниже высказываний логическое выражение, которое, будучи истинным, содержит в себе ровно 1 бит информации о задуманном числе. В выражении можно применять логические операции AND, OR и NOT, а также скобки. Выражение должно содержать минимальное количество высказываний.

Высказывания такие:

A={это число 50}

B={это простое число}

C={это число из двух одинаковых цифр}

D={первая цифра числа не меньше второй}

5. Специалист по распознаванию образов разделил буквы кириллицы (работал он с прописными буквами) на несколько групп. Буква Р оказалась в одной группе с Б (группа 1); З, И, М, П, С тоже были в одной группе (группа 2); еще одну группу образовали Е, У, Ц, Ш,Э... (группа 3); О составляла особую группу, Ж – тоже... Видимо, вы уже поняли принцип. Назовите еще 2 буквы кириллицы, которые могли бы войти в группу 3.

6. Имеется алгоритм (рис.11), описанный на псевдокоде. Найдите наибольшее N, при котором при A = = 100 и B = 999 ровно 2 раза будет выведено значение 1.

```
Цел A, B, N, M, K, R
Ввод N, A, B
Для K От A До B НЦ
  M := K
  R := 0
Пока M>0 НЦ
    R := R*10 + M mod N
    M := M div N
  КЦ
  Вывод R
КЦ
```

Рис. 11

11 класс

Задачи **1**, **2**, **4**, **5** совпадают с соответствующими задачами для 9–10 классов.

3. Вот фрагмент таблицы MS Excel (рис.12). Используется стиль ссылок R1C1, включен режим отображения формул. Для

	1	2	3
1		1	=R[-1]C*2
2	1	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)
3	=R[-1]C*2	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)
4	=R[-1]C*2	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)	=HOK(RC1;R1C)-HOD(RC1;R1C)

Рис. 12

справки: Rчисло, Cчисло – абсолютные ссылки на строку/столбец, R[число], C[число] – относительные ссылки (число в этом случае означает смещение), просто R или C – текущая строка (столбец).

Формулу из R1C3 растиражировали вправо, формулу из R3C1 растиражировали вниз. Потом формулу из C2R2 растиражировали вправо, а затем все полученные во 2-й строке формулы растиражировали вниз. Найдите наименьшее возможное произведение номеров строки и столбца, на пересечении которых в таблице находится число 448.

6. Студенту Васе на лабораторной работе по дискретной математике потребовалось вычислить количество корректных скобочных выражений из N пар скобок. Корректным скобочным выражением (КСВ) является () или КСВ КСВ или (КСВ). К примеру, корректными скобочными выражениями из двух пар скобок являются ()() и (()). Вывести формулу аналитически

```
1  Алг СчетСкобок
2   Цел N
3   Нач
4     Ввод N
5     Вывод ДобавитьСкобки(N)
6   Кон
7  Цел ДобавитьСкобки(Цел N)
8   Цел S, K
9   Нач
10   Если N<2 То Вернуть 1
11    S:=0
12   Для K От 0 До N-1 НЦ
13     S:=S+ДобавитьСкобки(K)+ДобавитьСкобки(N-K-1)
14   КЦ
15   Вернуть S
16  Кон
```

Рис. 13

Вася не сумел. Он решил написать программу, при этом используя рекурсию (раз уж сам способ описания корректных скобочных выражений рекурсивен). Написанная в точном соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 13, программа работала неверно. Найдите в алгоритме ошибку (ошибки). В ответе укажите номера неверных строк и необходимые исправления.

Публикацию по математик подготовили И.Комарчев, А.Моисеев, А.Одинцов, С.Преображенский;
по физике – Т.Андреева, М.Коробков, С.Старовойтов;
по информатике – Н.Иванова, Е.Крылова, А.Щукин

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Политехническая олимпиада школьников

МАТЕМАТИКА

Отборочный тур

1 этап

1. 5. **2.** 4. **3.** 8. **4.** 93. **5.** 435. **6.** 135. **7.** 19. **8.** 729. **9.** 5. **10.** 6.

2 этап

1. −2. **2.** 12. **3.** 4. **4.** 63. **5.** 3. **6.** 6. **7.** 4. **8.** 2. **9.** 9. **10.** 4.

Заключительный тур

1. 32.

Пусть возраст Дмитрия − x лет, а возраст Григория − y лет. Из условия следует, что Дмитрий старше Григория, разность их возрастов равна $x-y$. Значит, $x-y$ лет тому назад Дмитрию было столько лет, сколько теперь Григорию, а Григорию было, соответственно, $y-(x-y)=2y-x$ лет. По условию $x=2(2y-x)$, т.е. $3x=4y$. Через $x-y$ лет Григорию станет столько лет, сколько Дмитрию теперь, т.е. x лет, Дмитрию будет $2x-y$ лет. Известно, что $x+(2x-y)=72$, т.е. $3x-y=72$. Получена система уравнений

$$\begin{cases}3x-4y=0,\\3x-y=72.\end{cases}$$

Вычитая первое уравнение из второго, получаем $3y=72$, $y=24$. Первое уравнение дает $x=32$.

2. 16.

За 40 минут можно решить одну сложную задачу и получить 3 балла или решить четыре простые задачи и получить 4 балла. Видим, что лучше решать простые задачи. За 190 минут можно решить 19 простых задач. Но абитуриент решил не более 10 задач. В такой ситуации целесообразно решить несколько сложных задач. Если все 10 задач выбрать простыми, то потребуется 100 минут. Замена простой задачи на сложную увеличивает продолжительность работы на 30 мин и дает 2 дополнительных балла. Мы имеем запас времени 90 мин. Следует заменить три простые задачи сложными. Решение 7 простых и 3 сложных задач даст $7\cdot1+3\cdot3=16$ баллов.

3. $5/2$.

Проведем следующие преобразования:

$$4\sin^6\frac{\pi}{16}+4\sin^6\frac{9\pi}{16}=4\sin^6\frac{\pi}{16}+4\cos^6\frac{\pi}{16}=$$

$$=4\left(\sin^2\frac{\pi}{16}+\cos^2\frac{\pi}{16}\right)\left(\sin^4\frac{\pi}{16}-\sin^2\frac{\pi}{16}\cos^2\frac{\pi}{16}+\cos^4\frac{\pi}{16}\right)=$$

$$=4\left(\left(\sin^2\frac{\pi}{16}+\cos^2\frac{\pi}{16}\right)^2-3\sin^2\frac{\pi}{16}\cos^2\frac{\pi}{16}\right)=$$

$$=4\left(1-\frac{3}{4}\sin^2\frac{\pi}{8}\right)=4-3\sin^2\frac{\pi}{8}=$$

$$=4-\frac{3}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{4}\right)=4-\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{5}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

Мы приходим к выводу, что

$$4\sin^6\frac{\pi}{16}+4\sin^6\frac{9\pi}{16}-\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{5}{2}.$$

4. 1000.

Положим $y=\lg x$ и перепишем уравнение в виде

$$\frac{1}{\sqrt{y+1}-\sqrt{y}}-\sqrt{y}=2.$$

Умножая числитель и знаменатель дроби на $\sqrt{y+1}+\sqrt{y}$, получаем $\sqrt{y}=2$, $\sqrt{y+1}+\sqrt{y}-\sqrt{y+1}=2$, $y+1=4$, $y=3$.

Для неизвестного x получается значение $x=10^3=1000$.

5. −2.

Положим $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\left(\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)$. Множеством значений переменной t является отрезок $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Заметим, что

$$t^2=\sin^2 x+2\sin x\cos x+\cos^2 x=1+\sin 2x.$$

Для функции y получается выражение $y=t^2+2t-1$. Квадратный трехчлен $t^2+2t-1=(t+1)^2-2$ принимает при $t=-1$ свое наименьшее значение, а именно −2. Значение −1 для переменной t является возможным. Наименьшее значение функции y равно −2.

6. $1/5$.

Обозначим через q знаменатель геометрической прогрессии $\{b_n\}$. Сумма ее n членов равна

$$S_n = b_1\left(1+q+\cdots+q^{n-1}\right).$$

Числа $\frac{1}{b_n}$ тоже образуют геометрическую прогрессию с первым членом $\frac{1}{b_1}$ и знаменателем $\frac{1}{q}$. Сумма ее n членов равна

$$T_n = \frac{1}{b_1}\left(1+\frac{1}{q}+\cdots+\frac{1}{q^{n-1}}\right)=$$

$$= \frac{1}{b_1q^{n-1}}\left(q^{n-1}+q^{n-2}+\cdots+1\right)=\frac{1}{b_n}\left(q^{n-1}+q^{n-2}+\cdots+1\right).$$

По условию, $5S_n = T_n$. Поэтому $5b_1 = \frac{1}{b_n}$, $b_1b_n = \frac{1}{5}$.

7. $\pm(2;\,-2)$.

Рассмотрим функцию $f(t) = t^4 + \sqrt{t}$, определенную для $t \geq 0$. Эта функция строго возрастает. Первое уравнение системы можно записать в виде $f(|x|) = f(|y|)$. С учетом строгого возрастания функции получаем равенство $|x| = |y|$, $y = \pm x$. Если взять $y = x$, то второе уравнение приводит нас к $x^2 - 3x^2 = 16$, $-2x^2 = 16$, $x^2 = -8$, что невозможно. Поэтому принимаем $y = -x$. Из второго уравнения получаем $x^2 + 3x^2 = 16$, $4x^2 = 16$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$, $y = \mp 2$.

8. 61.

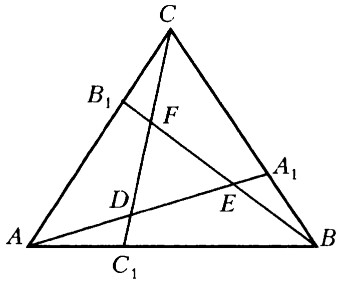


Рис. 67

Треугольники ABA_1, BCB_1, CAC_1 (рис.67) равны по двум сторонам и углу между ними, треугольники ADC_1, BEA_1, CFB_1 равны по стороне и углам. Треугольник ADC_1 подобен ABA_1 по двум углам, значит, треугольник ABC подобен ΔDEF. Обозначим $S = S_{ABC}$, $S_1 = S_{ABA_1}$, $S_2 = S_{AC_1D}$, $S_0 = S_{DEF}$. Тогда

$$AA_1 = \sqrt{AB^2 + BA_1^2 - 2AB\cdot BA_1\cos 60^\circ} = \sqrt{81+16-36} = \sqrt{61},$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{AC_1}{AA_1}\right)^2 = \frac{16}{61},\quad \frac{S_1}{S} = \frac{BA_1}{BC} = \frac{4}{9},$$

$$S_0 = S - 3S_1 + 3S_2 = S - 3\cdot\frac{4}{9}S + 3\cdot\frac{16}{61}\cdot\frac{4}{9}S = \frac{S}{61},\quad \frac{S}{S_0} = 61.$$

9. 48.

В основании пирамиды лежит четырехугольник, составленный из двух равных прямоугольных треугольников. Площадь основания равна $S = 4 \cdot 3 = 12$. Поскольку боковые грани наклонены к плоскости основания под одним и тем же углом, то вершина пирамиды проектируется на плоскость основания в точку, одинаково удаленную от прямых AB, BC, CD, DA. Вершина может проектироваться в центр окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$, или в центр вневписанной окружности. В первом случае обозначим через r радиус вписанной окружности и заметим, что площадь основания $S = pr$, где p – полупериметр основания, $p = AB + BC = 4 + 3 = 7$. Радиус вписанной окружности $r = \frac{S}{p} = \frac{12}{7}$. Высота пирамиды $H = r\operatorname{tg}45° = \frac{12}{7}$. Объем пирамиды $V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}12 \cdot \frac{12}{7} = \frac{48}{7} < 12$. Поэтому мы должны рассматривать второй случай с вневписаннной окружностью. Пусть r_1 – радиус вневписанной окружности. На этот раз

$$S = \frac{1}{2}(AB - BC - CD + DA)r_1,\ r_1 = 12.$$

Как и в первом случае, $H = r_1\operatorname{tg}45° = 12$, $V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}12 \cdot 12 = 48 > 12$.

10. –1; 8; 24.

Заметим, что

$$x^4 - 10x^2 + 9 = (x^2 - 9)(x^2 - 1) =$$
$$= (x-3)(x+3)(x-1)(x+1) = (x^2 - 4x + 3)(x^2 + 4x + 3).$$

Уравнение можно записать в виде

$$(x^2 - 4x + 3)(x^2 + 4x + 3 - a) = 0.$$

Решениями нашего уравнения будут корни квадратного уравнения

$$x^2 - 4x + 3 = 0,$$

т.е. числа $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, и корни квадратного уравнения

$$x^2 + 4x + 3 - a = 0.$$

Общее число решений окажется равным трем, если последнее уравнение имеет один корень x_3, причем $x_3 \neq x_1$, $x_3 \neq x_2$, или это уравнение имеет два корня x_3, x_4, один из которых совпадает с x_1 или x_2.

Уравнение $x^2+4x+3-a=0$ имеет единственный корень, если $a=-1$, этот корень $x_3=-2$ отличен от x_1 и от x_2.

Число x_1 является корнем уравнения $x^2+4x+3-a=0$, если $1^2+4\cdot 1+3-a=0$, т.е. $a = 8$. В такой ситуации мы получаем уравнение $x^2+4x-5=0$, имеющее корни $x_1=1$ и $x_3=-5$. При $a = 8$ исходное уравнение имеет в точности три корня.

Число x_2 является корнем уравнения $x^2+4x+3-a=0$, если $3^2+4\cdot 3+3-a=0$, т.е. $a = 24$. В такой ситуации мы получаем уравнение $x^2+4x-21=0$, имеющее корни $x_2=3$ и $x_3=-7$. При $a = 24$ исходное уравнение имеет в точности три корня.

ФИЗИКА

Отборочный тур

9–10 классы

1. $t=\dfrac{2t_1t_2}{t_1-t_2}\approx 11{,}6$ ч. **2.** $v=\sqrt{2gL\dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha}}=2{,}9$ м/с.

3. $\dfrac{\rho_2}{\rho_1}=N_g\sqrt{N_gN_m}=1{,}5$.

4. $M=\left(\dfrac{n_{He}}{M_{He}}+\dfrac{n_{N_2}}{M_{N_2}}+\dfrac{1-n_{He}-n_{N_2}}{M_{CO_2}}\right)^{-1}=5{,}7$ г/моль.

5. $m=M\dfrac{y^2+2y}{\left(x^2+2x\right)(y+1)^2}\approx 55$ г. **6.** $\dfrac{L_1}{L_2}=\dfrac{N^2}{3}$.

7. $N=\dfrac{(N_1+N_2)C}{t\left(N_1(P_1-P_1')+N_2(P_2-P_2')\right)c_э}=155$ дней.

8. $n_{кл}=2\dfrac{n_в n_{возд}}{n_в+n_{возд}}\cos\beta=1{,}05$.

11 класс

1. $v=2\pi f r_2\left(\dfrac{D}{2r_1}-1\right)=262$ см/с.

2. $v_{сп}=mv\left(\dfrac{1}{M+m}+\dfrac{1}{M+2m}+\dfrac{1}{M+3m}\right)=124$ м/с.

3. $v_2 = u\dfrac{\sqrt{v^2-u^2}}{v-\sqrt{v^2-u^2}} = 4{,}8$ м/с .

4. $g = \dfrac{h}{R^2}\left(\dfrac{1}{v_1^2}-\dfrac{1}{v_2^2}\right)^{-1} = 7{,}6$ м/с^2 .

5. $W = \dfrac{eEL}{2\cos^2\alpha(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)} = 284$ эВ .

6. $P_2 = P_1\dfrac{(n+m)^2}{4nm} = 147$ Вт . **7.** $v = \dfrac{e}{\varepsilon_0 B}\dfrac{\Delta N}{\Delta S} = 241$ см/с .

8. $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\lambda_1\sin\varphi}{\lambda_2-\lambda_1\cos\varphi}\right) = 52°$.

Заключительный тур

9–10 классы

1. $t = 5\Delta t = 25$ мин .
2. Сможет, $H_{max} = 1{,}5$ м .

3. $\dfrac{V_x}{V} = \dfrac{\rho_в V - \dfrac{\rho_в}{6}V}{\rho_{кл}V} = \dfrac{5}{8}$, $\dfrac{V_y}{V} = \dfrac{\rho_{кл}V - \dfrac{3}{4}\rho_{кл}\cdot\dfrac{1}{6}V}{\rho_{кл}V} = \dfrac{7}{8}$ (здесь $\rho_{кл} = \dfrac{4}{3}\rho_в$).

4. $l \approx 31$ м . **5.** $\dfrac{F}{F_0} = \dfrac{18}{25}$. **6.** $b = 12$ см .

11 класс

1. $s = \dfrac{2-\eta}{\eta}H \approx 106{,}1$ м (здесь $\eta = 0{,}09$).

2. $\Delta h = \dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g\Delta t^2 = 4{,}5$ м . **3.** $\rho_2 = \rho_1\dfrac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}$.

4. $\eta = \dfrac{k-1}{5k+3} = 0{,}13 = 13\%$. **5.** $\dfrac{P_{AF}}{P_{CF}} = 16$.

6. $\Delta x = \sqrt{l^2 - Fl} \approx 91{,}7$ см .

ИНФОРМАТИКА

Отборочный тур

9–10 классы

1. 16. **2.** Лир. **3.** 77. **4.** 7. **5.** 12.

11 класс

1. 56. **2.** ПИВО. **3.** 20. **4.** БВГЕЖ. **5.** 11. **6.** 3.

Заключительный тур

9—10 классы

1. 45555555588; 127. **2.** 72. **3.** 3, 5, 7, 2, 1, 6, 4, 9.
4. D AND NOT A. **5.** Т, Ч. **6.** 5.

11 класс

3. 88. **6.** В строке 10 заменить 1 на N, в строке 13 заменить сложение умножением.